TESTES DE HIPÓTESES

§1. INTRODUÇÃO

A **Estatística** é um ramo da metodologia científica que permite ***descrever, interpretar e fazer inferências*** sobre a informação de um certo fenómeno em estudo, cuja característica principal é a ***variabilidade*** dos dados.

A **Estatística Descritiva ou Análise Exploratória de Dados** fornece métodos que permitem sumariar e descobrir o que os dados querem dizer, através de tabelas, gráficos, medidas, etc. e *as interpretações que realizamos aplicam-se exclusivamente àqueles dados.*

A Inferência Estatística fornece técnicas que permitem tirar conclusões sobre populações a partir da informação fornecida por amostras.
Mas, se os nossos dados não representam a população, então, não podemos ***inferir*** *as conclusões retiradas,* ***para a população***.

O atributo fundamental que caracteriza a Natureza não é a uniformidade mas, a **variabilidade.**
Os dados que obtemos apresentam variabilidade não só devida à imperfeição do instrumento de medida mas, também, às diferenças entre os próprios objectos medidos.

§2. AMOSTRAGEM

2.1. POPULAÇÃO E AMOSTRA

Chama-se **população** ao conjunto de indivíduos ou objectos sobre os quais iremos estudar uma determinada característica (variável), que é comum a todos, e para os quais se pretendem retirar conclusões relativamente à característica estudada.

Chama-se **amostra** a um subconjunto da população, isto é, a um conjunto com um menor número de indivíduos ou objectos do que a população, sobre os quais se estudou uma determinada característica (variável).

Chama-se **unidade estatística** a qualquer indivíduo ou objecto que constitui o elemento de observação relativamente à característica (variável) em estudo.

2.2. BREVE REFERÊNCIA À TEORIA DA AMOSTRAGEM.

Chama-se **amostragem** ao processo que consiste em extrair uma amostra de uma população. A generalização das conclusões obtidas na amostra para a população e a validação dessas conclusões depende da amostragem realizada.

Diz-se que uma amostra é **aleatória e representativa** de uma população se todas as unidades estatísticas na população têm a mesma probabilidade de serem seleccionadas.

Os métodos que permitem seleccionar amostras de dimensão relativamente pequena em face à dimensão da população, assegurando contudo resultados para a população próximos da realidade constituem o objectivo da **Teoria da Amostragem**.

Quando se pretende seleccionar uma amostra temos como questões principais:

. Qual o número de unidades estatísticas a observar?
. Como iremos escolher essas unidades estatísticas entre todas as da população?
. Qual o grau de precisão com que iremos extrapolar (generalizar) os resultados da amostra para a população?

Intuitivamente, sabemos existir uma relação entre a dimensão da amostra (número de unidades estatísticas observadas) e a precisão dos resultados extrapolados (inferidos) para a população. Obviamente, se a população for constituída por 10000 unidades e a amostra por 500, devemos obter uma **informação mais precisa** do que se a amostra tiver apenas 10 unidades, isto é, a primeira amostra conduz a resultados mais precisos do que a segunda.

A **precisão** dos resultados depende não só da dimensão da amostra, mas também do modo como a amostra é seleccionada. O equilíbrio entre precisão e **custo de obtenção da amostra** é sempre de levar em consideração.

Uma amostra não se recolhe de "ânimo leve"; devemos ter os cuidados necessários para que a amostra recolhida seja representativa da população, e para isso, temos de obedecer a regras cientificamente estabelecidas, de modo a que as conclusões obtidas a partir da amostra possam ser generalizadas à população. A generalização dos resultados **amostra → população** é do domínio da **Inferência Estatística**, ou também chamada Estatística Indutiva.

A selecção de amostras assenta basicamente em dois processos: **probabilístico** ou **aleatório** e **não probabilístico** ou **empírico**.

Os métodos probabilísticos ou aleatórios de selecção de amostras exigem que cada elemento da população (unidade estatística) possua determinada probabilidade de ser seleccionado, usualmente igual em todos os elementos da população. Os métodos probabilísticos mais comuns para seleccionar amostras são: o método de amostragem aleatória simples, o método de amostragem estratificada e o método de amostragem por cachos.

Nos métodos não probabilísticos ou empíricos de selecção de amostras há uma escolha deliberada dos elementos da população, não podemos, portanto, generalizar os resultados obtidos a partir da amostra para a população, dado que as amostras não probabilísticas não garantem a representatividade da população. Os métodos não probabilísticos mais comuns são: o método de amostragem intencional e o método de amostragem por cotas.

MÉTODOS PROBABILÍSTICOS OU ALEATÓRIOS DE SELECÇÃO DE AMOSTRAS:

(1) **MÉTODO DE AMOSTRAGEM ALEATÓRIA SIMPLES**

Este método consiste em extrair ao acaso da população um determinado número de elementos previamente fixado.
O método de escolha ao acaso pode ser realizado por computador a partir de uma geração de números aleatórios.

Por exemplo: Se uma população é constituída por 10000 elementos e pretendermos recolher uma amostra de dimensão 10, geramos 10 números aleatórios entre 1 e 10000. Suponha que da geração de números aleatórios se obteve: 523, 281, 7, 1600, 8999, 5695, 1092, 9520, 81, 1843. Iremos então observar o elemento 523 da população, seguidamente o 281,...
O método de amostragem aleatória simples é o mais indicado em **sondagens** e **inquéritos**.

(2) **MÉTODO DE AMOSTRAGEM ESTRATIFICADA**

Se a população em estudo (de dimensão N) é globalmente heterogénea, apesar de todos os seus elementos estarem perfeitamente identificados, mas existirem subpopulações (de dimensão N_i , $N_i < N$) relativamente homogéneas em relação à variável de interesse, é possível dividirmos a população em estratos que diferem entre si, em face à variável considerada. Os **estratos** são as subpopulações homogéneas em relação à variável em estudo. O método de amostragem estratificada consiste em recolher aleatoriamente (pelo método de amostragem aleatória simples) amostras de determinada dimensão de cada um dos estratos. As variáveis de estratificação mais comuns são: classe social, faixa etária, sexo, profissão.

(3) **MÉTODO DE AMOSTRAGEM POR CACHOS**

Existem populações em que é extramamente difícil identificar todos os seus elementos, contudo podem ser facilmente identificáveis algumas subpopulações. Em tais casos, podemos recolher pelo método de amostragem aleatória simples, amostras de cada uma destas subpopulações e realizarmos um estudo exaustivo em cada uma delas. Às subpopulações onde os elementos estão perfeitamente identificados chamamos **cachos**.
Cachos típicos num processo de amostragem são as famílias, os quarteirões, as empresas, os edifícios,...

Com qualquer destes processos de amostragem obtemos amostras representativas da população.

MÉTODOS NÃO PROBABILÍSTICOS OU EMPÍRICOS DE SELECÇÃO DE AMOSTRAS:

(1) **MÉTODO DE AMOSTRAGEM INTENCIONAL**

Com este método, os elementos que irão constituir a amostra são seleccionados segundo um determinado critério. Este método é usualmente utilizado em pesquisas de opinião. Por exemplo, pretende-se realizar uma pesquisa sobre a preferência por uma determinada marca de café, dirigimo-nos a um grande café de Lisboa e inquirimos os sujeitos que aí se encontram sobre a opinião em relação à marca de café em causa.

(1) **MÉTODO DE AMOSTRAGEM POR QUOTAS**

Este é um dos métodos mais utilizados em estudos de mercado e previsões eleitorais. Abrange três fases: 1) Classificar a população em termos de propriedades que se sabe ou se supõe serem relevantes para a característica a ser estudada; 2) Determinar a proporção de indivíduos na população para a característica em estudo; 3) Fixar a quota para cada entrevistador de modo a que a amostra total de entrevistados tenha a mesma proporção de indivíduos que a obtida na população. Exemplo: Suponha que se pretende estudar o "tipo de trabalho das mulheres num determinado país". Provavelmente terá interesse considerar a divisão: cidade/campo, número de filhos, idade, ...
A 1ª tarefa é descobrir as percentagens destas características na população. Suponha que há 60% de mulheres na população, então uma amostra de 50 indivíduos deverá ter 30 mulheres, que é a quota do entrevistador. Nessas 30 mulheres deverá haver a mesma proporção existente na população das que vêm da cidade/campo,etc..

§3. DECISÃO ESTATÍSTICA

Considere que numa determinada população pretende estudar uma determinada característica (variável) X. Chama-se ***amostra aleatória de dimensão n*** de uma variável X, a $(X_1,...,X_n)$, tais que:

1. Cada variável X_i é identicamente distribuída com a variável X
2. As variáveis que constituem a amostra aleatória são independentes.

Após recolher a amostra teremos $(x_1,...,x_n)$ que é uma concretização de $(X_1,...,X_n)$.

3.1. TESTES DE HIPÓTESES. HIPÓTESE NULA E HIPÓTESE ALTERNATIVA

Os **Testes de Hipóteses** (ou **Decisão Estatística**) são um dos problemas fundamentais em **Inferência Estatística**. A sua importância resulta da necessidade de tomar decisões em situações em que o factor "acaso" tem um papel proeminente.

Exemplo: Comparação do grau de agressividade em meninos e meninas;
Comparação da classificação em duas disciplinas,...

Uma **hipótese estatística** é uma suposição relativa a uma (ou várias) população (populações).

<u>Observação</u>: Uma hipótese é sempre relativa à população e não à amostra. As características duma amostra são conhecidas e portanto não são objecto de hipóteses.

Um **teste estatístico** é um método que utiliza a informação fornecida por uma (ou mais) amostra(s) para decidir sobre a hipótese estatística. Com um teste estatístico podemos decidir se devemos *não rejeitar a hipótese* (isto é, considera-la como verdadeira) ou se, pelo contrário, devemos *rejeitar a hipótese* (isto é, considerá-la como falsa).

No entanto, esta decisão tem envolvidos riscos de erro.

As fontes típicas para a formulação das hipóteses estatísticas são:

- uma teoria de que se pretende averiguar a veracidade.
- uma informação fornecida por experiências anteriores.
- uma suposição.

MODELO

especifica condições sobre os parâmetros da população ou a distribuição da população	não especifica a forma de distribuição da população ou averigua a forma da distribuição da população (testes de ajustamento)
↓	↓
Testes paramétricos	**Testes não paramétricos**

3.2.. TESTES BILATERAIS E UNILATERAIS

Exemplo: Considere a afirmação "As mulheres fumam mais do que os homens", para averiguar a veracidade desta afirmação, somos levados a comparar o número de cigarros fumados mensalmente por mulheres (v.a. X) e por homens (v.a. Y). Para isso recolhemos uma amostra de n_1 mulheres e uma amostra de n_2 homens. Pelas amostras recolhidas obteve-se que em média as mulheres fumam 500 cigarros por mês e os homens 450. Como medir se este afastamento é apenas devido ao acaso ou se efectivamente comprova que as mulheres fumam mais dos que os homens?

Iremos realizar um teste de hipóteses para comparar as duas populações (mulheres e homens)!

Mais formalmente suponhamos que a v.a. X tem distribuição normal de valor médio μ_X e desvio-padrão σ_X e que a v.a. Y tem distribuição normal de valor médio μ_y e desvio-padrão σ_y . Consideremos as hipóteses estatísticas:

Hipótese nula
H_0 : $\mu_X = \mu_y$
(o número médio de cigarros fumados por mês é igual em mulheres e em homens)

Hipótese alternativa
H_a : $\mu_X > \mu_y$
(o número médio de cigarros fumados por mês é maior nas mulheres do que nos homens)

Globalmente, quando se realiza um teste de hipóteses consideramos uma *hipótese nula* ou *hipótese estatística* e uma *hipótese alternativa* ou *hipótese de investigação*.

A hipótese alternativa pode ser:

bilateral	**H_a** : $\mu_X \neq \mu_y$	;
unilateral direita	**H_a** : $\mu_X > \mu_y$	ou
unilateral esquerda	**H_a** : $\mu_X < \mu_y$	,

conforme a suposição sobre as populações.

Adoptar a hipótese nula (**não rejeitar H_0**) é admitir que as populações têm o mesmo valor médio (no exemplo, significa admitir que afinal as mulheres fumam em média o mesmo número de cigarros por mês que os homens), isto é, as flutuações verificadas nas amostras são devidas ao acaso.

Rejeitar a hipótese nula (**rejeitar H_0**) é admitir que existem diferenças nos valores médios das populações em estudo (no exemplo significa admitir que a afirmação é verdadeira), isto é, as diferenças verificadas nas amostras não são apenas devidas ao acaso.

3.3. ERROS DE DECISÃO

Contudo, ao tomarmos uma decisão deste tipo podemos estar a incorrer em erro, porque na realidade não sabemos se a hipótese nula é verdadeira ou falsa, o que fazemos é rejeitar ou não a hipótese nula:

	H_0 verdadeira	H_0 falsa
não se rejeita H_0	Decisão correcta	**erro tipo II**
rejeita-se H_0	**erro tipo I**	Decisão correcta

A probabilidade de se cometer um erro tipo I numa decisão estatística é igual ao **nível de significância** associado ao teste e representa-se por α:

P(rejeitar H_0 / H_0 verdadeira) = α.

O valor de α é fixado antes da realização do teste.

À probabilidade de se cometer um erro tipo II numa decisão estatística chama-se β:

P(não rejeitar H_0 / H_0 falsa) = β.

Globalmente para realizar um teste estatístico procedemos da seguinte forma:

. Formulamos as hipóteses nula e alternativa.
. Calculamos o valor de uma **estatística de teste**, que baseada na amostra, nos avalia em cada caso a hipótese nula.
. A partir de uma **regra de teste**, decidimos pela hipótese nula ou pela hipótese alternativa.

A maior parte dos softwares estatísticos regista o **valor-p** de um teste de hipóteses (**p-value**), em vez de calcular o valor observado da estatística de teste.

O **valor-p** de um teste de hipóteses é a probabilidade de obter um valor da estatística de teste mais extremo do que o calculado, supondo H_0 verdadeira.

A regra de teste associada a um **valor-p** é a seguinte:

. Se o valor-p for menor ou igual ao nível de significância do teste, rejeitamos a hipótese nula, isto é:

$$\textbf{valor-p} \leq \alpha \quad , \ \textbf{rejeita-se } H_0$$

. Se o valor-p for maior que o nível de significância do teste, não rejeitamos a hipótese nula, isto é:

$$\textbf{valor-p} > \alpha \quad , \ \textbf{não se rejeita } H_0$$

3.4. TESTE DE AJUSTAMENTO DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Um teste de ajustamento é um teste não-paramétrico, que serve para averiguar se uma amostra pode ser considerada como proveniente de uma certa distribuição. Tem particular interesse o teste de ajustamento à normal.
Pressupostos exigidos no teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov:

- A amostra provém de uma distribuição contínua.
- Os parâmetros da distribuição em teste são pré-especificados e não deveriam ser estimados a partir da amostra.

No caso de se realizar um ajustamento à normal tem-se como hipótese nula:

$$H_0: X \sim N(\mu,\sigma)$$

💻 Instruções e resultados em SPSS:

SPSS: 🖱 Analyse 🖱 Nonparametric Tests 🖱 1-Sample K-S…

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		conhecimento
N		38
Normal Parameters[a,b]	Mean	65,71
	Std. Deviation	13,614
Most Extreme Differences	Absolute	,141
	Positive	,141
	Negative	-,132
Asymp. Sig. (2-tailed)		,056

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Pretende-se testar se a amostra da variável conhecimento é proveniente de uma população com distribuição normal.
Quando se utiliza o teste de Kolmogorov-Smirnov estimando os parâmetros a partir da amostra viola-se um dos pressupostos, pelo que Lillefors efectou uma correcção ao teste de Kolmogorov-Smirnov no caso de se proceder a um ajustamento à normal, efectuando uma estimação de parâmetros.

💻 Instruções e resultados em SPSS:

SPSS: 🖱 Analyse 🖱 Explore 🖱 Plots 🖱 Normality plots with tests

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
conhecimento	,141	38	,056	,922	38	,011

a. Lilliefors Significance Correction

3.5. TESTE DE SIGNIFICÂNCIA SOBRE IGUALDADE DE VALORES MÉDIOS DE POPULAÇÕES NORMAIS COM VARIÂNCIAS DESCONHECIDAS, EM AMOSTRAS INDEPENDENTES (TESTE-T)

→ Consideremos duas **amostras independentes**:

$$\{x_1, x_2, ..., x_{n_1}\} \quad \text{e} \quad \{y_1, y_2, ..., y_{n_2}\}$$

provenientes de duas **populações normais** X e Y com valores médios μ_X e μ_Y, **variâncias desconhecidas** σ_X^2 e σ_Y^2 , mas iguais. A partir das amostras recolhidas calcula-se S_X^2 (variância empírica associada à amostra da população X) e S_Y^2 (variância empírica associada à amostra da população Y).

→ Pretende-se testar:

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y \quad \text{vs} \quad \begin{array}{ll} (1) & H_a : \mu_X \neq \mu_Y \\ (2) & H_a : \mu_X > \mu_Y \\ (3) & H_a : \mu_X < \mu_Y \end{array}$$

***Exemplo**: Pretendendo-se estudar o efeito do ruído no desempenho de uma certa tarefa mental, recolheram-se os seguintes dados:*

sem ruído - X	*4*	*9*	*8*	*10*	*4*	*6*	*9*	*7*	*6*
com ruído - Y	*4*	*5*	*5*	*7*	*6*	*4*	*5*	*6*	

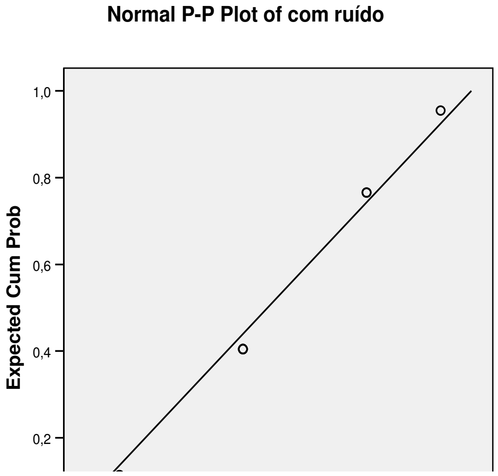
Proceda à sua análise estatística via SPSS, a um nível de significância de 1%.

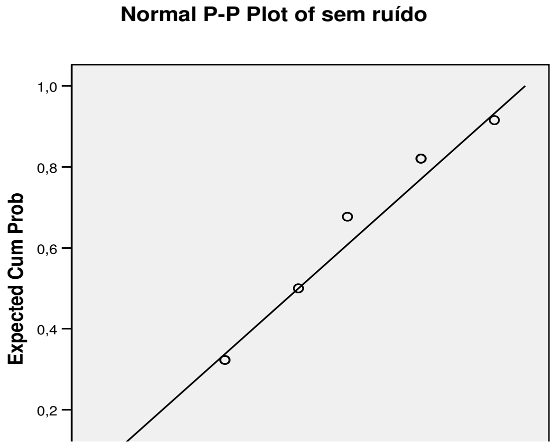
Hipóteses a testar: $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ *vs* $H_a : \mu_X \neq \mu_Y$
(o resultado médio no desempenho da tarefa mental é igual sem ou com ruído)

(i) **Verificar a normalidade das populações** recorrendo a um NORMAL PROBABILITY PLOT:

SPSS: Analyse Descriptives…P-P…

ou ao teste de Kolmogorov-Smirnov





Pode afirmar-se, por observação dos P-P plots, que as populações de onde foram retiradas as amostras são normais.

(ii) Verificar a igualdade das variâncias das populações:

SPSS: Analyse Compare means **…** Independent-Samples T Test

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Desempenhc	Equal variances assumed	5,027	,040	2,068	15	,056	1,75	,85	5,38E-02	3,55
	Equal variances not assumed			2,151	11,713	,053	1,75	,81	2,72E-02	3,53

Recorrendo ao teste de Levene (H_0: as variâncias das populações são iguais), pode afirmar-se, a um nível de significância de 1% que as variâncias das populações são iguais (p-value=0,04>0,01, logo não se rejeita a hipótese nula).

(iii) Testar a hipótese de igualdade dos valores médios:

Na linha equal variances assumed (já que não rejeitámos a hipótese de igualdade de variâncias), pode observar-se que o p-value=0,056. Com p-value>0,01, não se rejeita a hipótese nula, isto é, o resultado médio do desempenho da tarefa mental não depende do efeito do ruído.

Se alguma das condições de utilização do teste-t não for satisfeita, opta-se por uma alternativa não paramétrica. O teste Mann-Whitney é essa alternativa:

SPSS: Analyse Nonparametric Tests Independent-Samples Automatically compare distributions across groups …

3.6. ANÁLISE DE VARIÂNCIA (ANOVA)

***EXPERIÊNCIA*:**

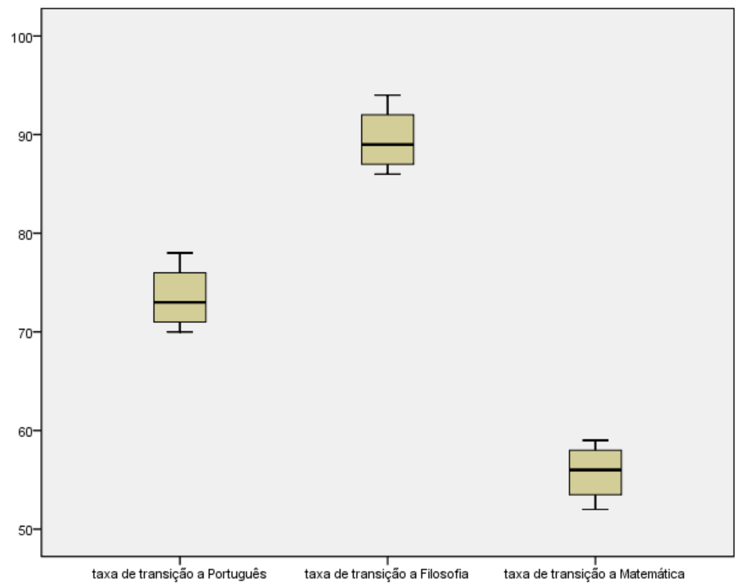
Suponha que se pretende comparar a *Taxa de Transição* (quociente entre o número total de alunos transitados pelo número total de alunos matriculados, num dado ano lectivo) nas disciplinas de Português, Filosofia e Matemática.

Registaram-se as taxas de transição a Português em 5 anos lectivos, as taxas de transição a Filosofia em 6 anos lectivos e as taxas de transição a Matemática em 4 anos lectivos e obtiveram-se os seguintes resultados:

Português	**Filosofia**	**Matemática**
72	86	55
74	90	57
78	94	59
70	88	52
75	87	
	91	

Que poderemos concluir ?

Empiricamente poderíamos avaliar se a taxa de transição é idêntica nas três disciplinas através de um diagrama caixa de bigodes (Box & Whisker Plot):



Como podemos verificar pelo gráfico, "parece" que a taxa de transição a Filosofia é superior à do português, sendo a mais baixa a taxa de transição a Matemática.
Estatisticamente pretendemos comprovar a afirmação anteriormente feita.
Isto é, pretende-se testar:

H_0: a taxa média de transição é igual nas três disciplinas

$$\mu_{\text{Português}} = \mu_{\text{Filosofia}} = \mu_{\text{Matemática}} = \mu$$

Acontece frequentemente obtermos mais de dois conjuntos de medidas sobre a mesma variável e necessitarmos de averiguar se existem diferenças significativas entre esses conjuntos de medidas. Este é o objectivo da

Análise de Variância a um factor (ANOVA)

No exemplo apresentado pretende-se estudar a v.a. *dependente* (***medida numa escala métrica***)

X:" taxa de transição "

Segundo três condições experimentais que são as três disciplinas em estudo (***factor com três níveis***) : Português, Filosofia e Matemática. O factor é usualmente uma variável ***medida numa escala nominal***.

Como o factor tem três níveis (as três disciplinas) , a v.a. X (v.a. dependente) irá ser analisada segundo três condições experimentais, isto é, iremos analisar as v.a. independentes X_i , i=1,2,3, em que

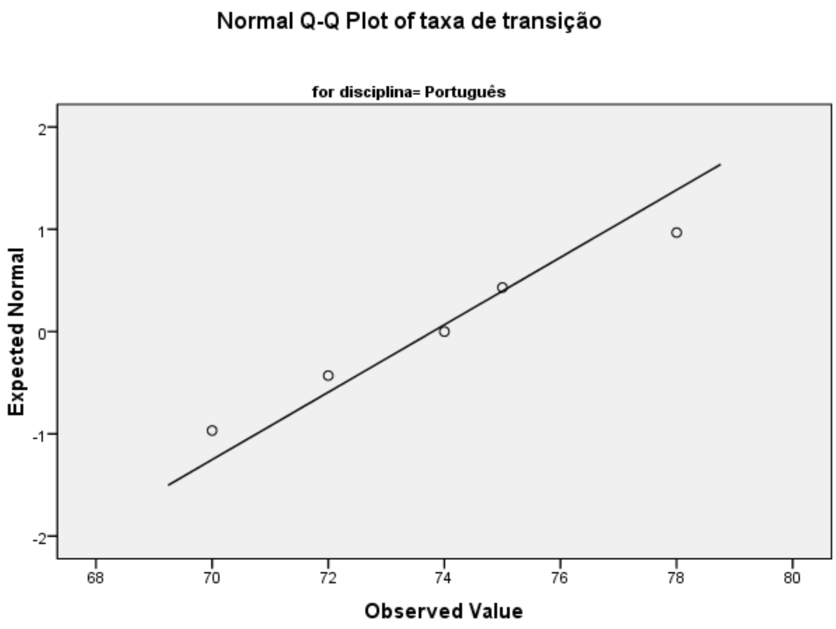
X_i : " taxa de transição na disciplina i "
i = Português, Filosofia, Português

Para cada uma das variáveis independentes recolhemos aleatóriamente uma amostra de n_i elementos.

Condições de aplicação de uma ANOVA a um factor:

- As variáveis independentes X_i , i=1,2,3 têm **escala métrica**.
- As variáveis independentes X_i , i=1,2,3 , têm **distribuição Normal**.

  (podemos analisar empiricamente se cada uma das amostras provém de uma população normal através de um *Normal Probability Plot*, ou estatísticamente através de um *teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov*)
  Por exemplo na amostra das taxas de transição a português obteve-se:



- As variáveis independentes X_i , i=1,2,3, têm **igual variância**. (o que podemos verificar automáticamente quando realizarmos a ANOVA)

Mais formalmente:
Utiliza-se a ANOVA quando se pretende testar se existem diferenças significativas entre os valores médios de r populações normalmente distribuídas e com igual variância, isto é,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_r = \mu \quad \text{vs} \quad H_a : \exists_i \, \mu_i \neq \mu$$

Dispomos de r amostras aleatórias independentes das v.a. $X_1,\ldots,X_r$, em que cada amostra tem dimensão n_i, sendo $n=n_1+n_2+\ldots+n_r$ a dimensão total da amostra recolhida nas r condições experimentais.

PROCESSO DE CÁLCULO EM SPSS

Para testar a hipótese nula o esquema de sucessão de comandos a efectuar em SPSS é o seguinte:

SPSS: Analyse Compare Means One-Way Anova
Em *Options*
podemos realizar um teste de igualdade de variâncias, com a opção ***homogeneity of variance test***, para verificar uma das condições de aplicação da ANOVA, isto é,

H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_r^2 = \sigma^2$ (todas as condições experimentais têm a mesma variância), a não rejeição da hipótese nula pode ser analisada através do SIG (p-value), como usualmente

Iremos agora observar a realização de uma ANOVA a um factor no exemplo referido anteriormente.

O ficheiro de dados tem a forma: (sendo TT-taxa de transição e Disciplina-1:Português; 2: Filosofia; 3: Matemática)

```
TT   Disciplina
72.0  1.0
74.0  1.0
78.0  1.0
70.0  1.0
75.0  1.0
86.0  2.0
90.0  2.0
94.0  2.0
88.0  2.0
87.0  2.0
91.0  2.0
55.0  3.0
57.0  3.0
59.0  3.0
52.0  3.0
```

Verificação da igualdade de variâncias da taxa de transição nas três disciplinas, através do teste de Levene:

Test of Homogeneity of Variances

taxa de transição

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
,006	2	12	,994

Como o valor de SIG=0.994 que é maior que o nível de significância de 5%, não se rejeita a hipótese nula, ou seja, podemos considerar que a variabilidade da taxa de transição é igual nas três disciplinas

Finalmente o resultado da ANOVA será:

ANOVA

taxa de transição

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2721,517	2	1360,758	152,775	,000
Within Groups	106,883	12	8,907		
Total	2828,400	14			

Podemos observar que o valor de SIG é 0.0000, então rejeita-se a hipótese nula de que a taxa média de transição é idêntica nas três disciplinas.

Quando realizamos uma ANOVA a um factor e rejeitamos a hipótese nula, concluímos que existe pelo menos uma variável independente cujo valor médio difere das outras.

Como poderemos encontrar essa ou essas variáveis?

Quando se rejeita a hipótese nula num modelo de ANOVA a um factor podemos proceder seguidamente a um método de ***comparações múltiplas a posteriori (post hoc tests)*** para determinar a(s) variável(is) cujos valores médios diferem das restante(s).

Se alguma das condições de utilização da ANOVA não for satisfeita, opta-se por uma alternativa não paramétrica. O teste Kruskal-Wallis é essa alternativa:

SPSS: Analyse Nonparametric Tests Independent-Samples Automatically compare distributions across groups …

3.7. TESTE DE χ^2 DE INDEPENDÊNCIA, EM TABELAS DE CONTINGÊNCIA

→ Considere-se uma tabela de contingência: (*Estatística Descritiva Bivariada; relação entre variáveis nominais*)

Observada uma amostra de **n** indivíduos classificam-se estes segundo duas variáveis **nominais** *A* e *B*. Sejam $\{A_1,\dots,A_i,\dots,A_r\}$ e $\{B_1,\dots,B_j,\dots,B_c\}$ as categorias de cada uma das variáveis A e B respectivamente, então seja a tabela de contingência

	B_1	…	B_j	…	B_c	
A_1	n_{11}		n_{1j}		n_{1c}	$n_{1.}$
A_i	n_{i1}		n_{ij}		n_{ic}	$n_{i.}$
A_r	n_{r1}		n_{rj}		n_{rc}	$n_{r.}$
	$n_{.1}$		$n_{.j}$		$n_{..r}$	n

TESTE DO QUI-QUADRADO DE INDEPENDÊNCIA

Pretende-se testar que as variáveis A e B são independentes, isto é, não existe relação entre elas:

H_0: As variáveis aleatórias A e B são independentes
(não existe relação entre as variáveis A e B)
vs
H_a: existe relação entre as variáveis al. A e B

Se houver independência entre as variáveis A e B (hipótese nula verdadeira) é de esperar que se obtenham as seguintes frequências em cada uma das células da tabela de contingência:

	B_1	…	B_j	…	B_c	
A_1	e_{11}		e_{1j}		e_{1c}	$n_{1.}$
A_i	e_{i1}		e_{ij}		e_{ic}	$n_{i.}$
A_r	e_{r1}		e_{rj}		e_{rc}	$n_{r.}$
	$n_{.1}$		$n_{.j}$		$n_{..r}$	n

em que e_{ij} é a frequência esperada na célula (i,j) sob a hipótese de independência,

e $e_{ij} = \dfrac{n_{i.} \times n_{.j}}{n}$, i=1,…,r e j=1,…,c.

Exemplo:
Num estudo sobre a utilização das tecnologias de informação e comunicação (TIC), numa certa escola secundária, inquiriram-se os alunos sobre o tipo de tarefa que mais frequentemente utilizam no seu computador habitual, tendo-se obtido:

		Tipo de tarefa que mais frequentemente utiliza no seu computador habitual				
		Jogos	***Download***	***Processamento de texto***	***Chat***	***Total***
Sexo	***Masc.***	*28*	*12*	*7*	*3*	***50***
	Fem.	*12*	*8*	*23*	*7*	***50***
Total		***40***	***20***	***30***	***10***	***100***

Existirá relação entre o sexo e o tipo de tarefa que os alunos mais frequentemente utilizam no seu computador? Justifique a um nível de significância de 5%.

Instruções e resultados em SPSS:

Introduz-se os dados como habitualmente e uma variável para definir as frequências e…
SPSS: 🖱 Data 🖱 Weight cases…
SPSS: 🖱 Analyse 🖱 Descriptive Statistics 🖱 Crosstabs...

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	17,333[a]	3	,001
Likelihood Ratio	18,026	3	,000
Linear-by-Linear Association	14,532	1	,000
N of Valid Cases	100		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 5,00.

Symmetric Measures

		Value	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Phi	,416	,001
	Cramer's V	,416	,001
	Contingency Coefficient	,384	,001
N of Valid Cases		100	

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

Hipóteses a testar:

H_0: não existe relação entre o sexo e o tipo de tarefa que utiliza no computador (as variáveis são independentes)

vs

H_a: existe relação entre o sexo e o tipo de tarefa que desempenha no computador

Como o p-value=0.001 (Pearson Chi-Square) é inferior a 0.05, pode afirmar-se que existe uma relação significativa entre o sexo e o tipo de tarefa que os alunos mais frequentemente utilizam no seu computador, a um nível de significância de 5%.