Para esta secção escolhemos a primeira parte da conferência plenária que Malcolm Swan apresentou no Encontro de Investigação em Educação Matemática, realizado em Setúbal em 2014 e organizado pela Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Malcolm Swan, que faleceu este ano aos 64 anos, era professor e investigador na Escola de Educação da Universidade de Nottingham. Foi um notável designer de materiais curriculares, aliando criatividade com um profundo conhecimento da investigação sobre a aprendizagem da matemática.

O ICMI atribui-lhe o primeiro prémio Emma Castelnuovo em 2015 "por mais de 35 anos de desenvolvimento e implementação de trabalho inovador e influente na prática da educação matemática".

No texto selecionado para este número temático consideram-se finalidades amplas para o ensino da matemática, que incluem a fluência processual, a compreensão conceptual, a competência estratégica na resolução de problemas puros ou aplicados e a consciência crítica da qualidade do raciocínio matemático. Para cada uma destas finalidades apresentam-se tarefas poderosas que podem ser exploradas em diferentes anos de escolaridade e que são potencialmente geradoras de atividades matematicamente significativas.

Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão concetual, a competência estratégica e a consciência crítica

Malcolm Swan

As finalidades que temos para o ensino da matemática são amplas, incluindo a fluência processual, a compreensão concetual, a competência estratégica, tanto na resolução de problemas puros ou aplicados, e a consciência crítica da qualidade do raciocínio matemático. Cada uma das finalidades requer uma variedade de tarefas matemáticas devidamente concebidas. Neste artigo, descrevo e ilustro uma organização de aulas para a conceção de tarefas, que achámos ser útil e eficaz na criação de oportunidades de aprendizagem poderosas, ricas, acessíveis e adaptáveis às necessidades individuais dos alunos. Aspetos formativos particulares da conceção de aulas serão enfatizados. São descritos papéis importantes da pré-avaliação, questões de retorno formativo e apresentação de produções/afirmações para os alunos avaliarem ou comentarem.

INTRODUÇÃO

É com frequência que a literatura critica os currículos da matemática por terem uma perspetiva extremamente estreita da matemática e uma variedade limitada de tipos de tarefas (Kilpatrick et al. 2001; Watson & Sullivan 2008). Isto não será necessariamente culpa dos próprios documentos curriculares, os quais têm objetivos louváveis, mas sim das formas como eles são interpretados e vulgarizados por assessores e autores de manuais escolares (Swan, 2014).

Neste artigo, considero a conceção de tarefas para as amplas finalidades que são citadas e valorizadas frequentemente: a fluência processual, a compreensão concetual, a competência estratégica (na resolução de problemas puros ou aplicados) e a consciência crítica da qualidade do raciocínio matemático. Talvez a razão predominante destas finalidades terem um reflexo insuficiente na prática letiva seja a falta de ênfase que a investigação colocou na conceção de tarefas e a inexistência de uma profissão de "designer" de materiais curriculares (Burkhardt & Schoenfeld, 2003). De facto, é assumido com frequência, de modo pouco razoável, que os professores têm tempo para desenvolver este papel, durante o decurso normal do seu trabalho.

Este artigo começa com a apresentação de uma organização teórica para a conceção de tarefas que une objetivos, produtos, tipos de tarefas e atividades de sala de aula. Daqui segue-se para a consideração dos princípios que regem a elaboração de aulas adaptáveis, a partir dessas tarefas. Aqui, uma "tarefa"[1] é definida como algo que o professor pede aos alunos para fazerem, e "atividade"[2] é tida como referindo-se à resposta dos alunos (Christiansen & Walter, 1986; Mason & Johnston-Wilder, 2006). Uma tarefa significa mais do que a impressão de um problema numa ficha de trabalho ou num manual, incluindo a forma como é mediada e transformada pelo professor na sala de aula, a sua apresentação e a subsequente provisão de indicações, pistas e

1 Optou-se por traduzir o inglês "task", palavra derivada do francês "tache" por "tarefa", que chegou ao português a partir do árabe "tarihâ". (N do T)

2 Tentou-se respeitar a escolha do autor para os sentidos de "atividade" e de "tarefa" (N do T)

outras questões. As tarefas também se alteram à medida que os alunos as interpretam de modos diferentes. Neste artigo, interpreto as tarefas como integrantes de aulas, abrindo-se e desenvolvendo-se com o correr do tempo. O termo “aula” é utilizado aqui com o significado de uma sequência de tarefas e de atividades focadas num objetivo particular de aprendizagem, não se pressupondo que as aulas devem ser limitadas a um tempo letivo.

UMA ORGANIZAÇÃO PARA A CONCEÇÃO DE TAREFAS

Na elaboração desta organização, distingo entre o objetivo educativo da aula, os produtos dos alunos que evidenciam se atingiram esse objetivo, os tipos da tarefa matemática que orientam a nossa conceção de tarefas e as atividades da aula que pretendemos como resultado delas.

1.º Objetivo: Desenvolver o conhecimento factual e a fluência processual

“*A civilização avança a partir da ampliação do número de operações que podemos realizar sem pensarmos sobre elas.*” (Whitehead, 1911, p. 61)

Por factos entendemos informações que estão desligadas ou que são arbitrárias, incluindo as notações convencionais. Por fluência processual entendemos a capacidade de executar rapidamente, eficazmente e com confiança procedimentos matemáticos, sem esforço de raciocínio. O valor da fluência não deve ser subestimado: “o bom domínio de rotinas liberta uma atenção consciente para focar os aspetos da tarefa que são novidades ou que são problemáticos” (Cockroft, 1982 §, 239). Aos produtos relacionados com tarefas e atividades de sala de aula, para atingir o 1.º objetivo, chamamos desempenhos, ensaios e prática de exercícios. Sendo evidente a importância do empenho para se chegar a uma fluência técnica em matemática, a ênfase na prática repetitiva de capacidades isoladas está atualmente omnipresente. É como se o ensino de música estivesse exclusivamente focado em escalas e arpejos. O objetivo da fluência, no entanto, não precisa ser conseguido a partir de uma dieta aborrecida de prática repetitiva. Num artigo recente, Foster (2013) utiliza a metáfora do estudo, a nível da música, para mostrar como a fluência pode ser desenvolvida através do envolvimento na resolução de problemas atraentes e matematicamente satisfatórios.

Um exemplo ilustrará isso. Suponha que um professor quer que os alunos aperfeiçoem a fluência no cálculo de áreas e perímetros de um certo número de polígonos simples. Ele pode desenhar dois eixos perpendiculares, o eixo dos xx, relativo aos perímetros, e o eixo dos yy, da área, e pedir aos alunos para marcarem no plano os pontos relativos a alguns polígonos simples. A seguir, podem colocar-se questões mais interessantes, tais como: “podes desenhar alguns polígonos representados pelas coordenadas (12, 4); (4, 12)?”; “Quais são os pontos do plano que representam quadrados, triângulos...?”; “Quais os pontos que não podem representar um polígono?”. Enquanto calculam áreas e perímetros, os alunos propõem os seus próprios exemplos, fazem conjeturas e generalizações e chegam a resultados surpreendentes. Podemos resumir o tipo de tarefa e exemplos de atividades de sala de aula para este objetivo na figura 1.

Tipos de tarefa	Exemplos de atividades de aula
Prática de procedimentos e notação	• Praticar através de exercícios e estudos que proporcionem repetição do uso de procedimentos bem definidos. • Usar e memorizar de modo sistemático termos e notações.

Figura 1. Organização da conceção de tarefas para o conhecimento factual e a fluência processual

2.º Objetivo: Desenvolvimento da compreensão conceptual

Um conceito é uma “cápsula de pensamento que envolve milhares de experiências distintas e que está pronta para integrar mais uns milhares “ (Sapir, 1970, p. 35). Os conceitos são orgânicos. Eles são a tentativa do indivíduo para que o mundo faça sentido e como tal evoluem. Sierpinska (1994) sugere que as pessoas sentem que compreenderam algo quando alcançam uma sensação de ordem e de harmonia, existindo um sentido de ‘pensamento unificador’, de simplificação, de ver alguma estrutura subjacente e que, de certo modo, foi capturada a essência de uma ideia. Pimm (1995, p. 179) refere o duplo sentido da palavra francesa para compreensão, ‘comprendre’, que também carrega um significado de ‘inclusão’ ou de ‘incorporação’3. Assim, quando compreendemos algo, isso torna-se parte de nós, passamos a possui-lo. Sierpinska (ibid, p. 32) enumera quatro operações mentais envolvidas na compreensão: “identificação: podemos trazer o conceito para o primeiro plano da atenção, nomeá-lo e descrevê-lo; discriminação: podemos ver as semelhanças e diferenças, entre este conceito e outros; generalização: podemos ver propriedades gerais do conceito nos seus casos particulares; síntese: podemos apreender um princípio unificador”. Para isso, acrescentamos noções de representação. Quando compreendemos algo, somos capazes de representá-lo de uma variedade de maneiras: verbalmente, visualmente e/ou simbolicamente. Os produtos, que esperamos dos alunos para evidenciar a compreensão, terão de incluir descrições, classificações, representações, justificações e análises estruturais. A seguir, está um resumo dos tipos de tarefas e de atividades típicas de sala de aula, que são consequentes (figura 2).

O desenvolvimento da compreensão conceptual, que deve evidentemente sustentar o conhecimento processual, requer uma negociação cuidadosa de significado na qual os objetos são comparados e classificados, as definições são construídas

3 O mesmo sucede com o português “compreender”. (N do T)

e as representações são criadas, compartilhadas, interpretadas e comparadas. Estas atividades são sociais e colaborativas. Existe evidência considerável da investigação para mostrar, por exemplo, a superioridade da discussão de perspetivas diferentes, em relação aos métodos de descoberta individual guiada, no desenvolvimento conceptual (Bell, 1993; Swan, 2006). A criação de uma rede de conexões entre conceitos requer um trabalho exploratório não linear, difícil de conceber e integrar nalgumas especificações curriculares hierarquizadas.

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
Observar, classificar e definir estruturas e objetos matemáticos.	• Observar e manipular objetos mentais. • Identificar, descrever atributos e ordenar objetos de acordo com esses atributos. • Criar e identificar exemplos e contraexemplos. • Criar e testar definições.
Representar e traduzir entre conceitos matemáticos e as suas representações.	• Interpretar várias representações, incluindo diagramas, gráficos e fórmulas. • Traduzir entre representações e estudar o que varia ente elas.
Justificar e/ ou demonstrar conjeturas, conexões e procedimentos matemáticos.	• Elaborar e testar conjeturas e procedimentos matemáticos. • Identificar exemplos que apoiem ou refutem uma conjetura. • Criar argumentos que expliquem por que razões as conjeturas e os procedimentos são ou não válidos.
Identificar e analisar a estrutura dentro de situações.	• Estudar e modificar situações matemáticas. • Explorar relações entre variáveis. • Comparar e relacionar estruturas matemáticas.

Figura 2. Organização da conceção de tarefas para a compreensão conceptual

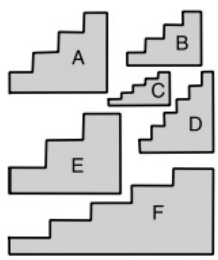
Apenas há espaço para muito poucos exemplos ilustrativos. Para observar, classificar e definir, os alunos podem ser convidados a ordenar, usando os seus próprios critérios, um conjunto de cartões com objetos matemáticos. Os resultados dessa classificação podem ser comunicados a outros alunos, para descobrirem os critérios que foram usados. Os objetos podem ser muito variados, desde formas geométricas até funções algébricas. Como mostrou Zaslavsky (2008), esta será uma maneira poderosa de enumerar as propriedades dos objetos.

A seguir, pode pedir-se aos alunos que listem o máximo possível de propriedades, a partir da apresentação de um objeto matemático. A tarefa torna-se: «Será que existe alguma dessas propriedades que, só por si, define o objeto?» ou «Será que existe algum par dessas propriedades que, só por si, define o objeto?» (figura 3). Estas interrogações levam a uma procura de justificações e de contraexemplos, o que se pode tornar muito exigente. Por exemplo, podemos considerar o par de afirmações: «Quando x = 0, y = 0»; «Quando x duplica o seu valor, y também duplica». Estas declarações definem uma relação de proporcionalidade? Se não, encontrar uma função com ambas as propriedades, mas que não seja uma relação de proporcionalidade. Encontrar definições desta forma está no âmago da atividade matemática (Lakatos, 1976).

Objeto matemático	*Um quadrado*	*Existe uma relação proporcional entre duas variáveis contínuas, x e y*
Propriedades	Quatro lados congruentes	O gráfico de y em função de x é linear
	Duas diagonais congruentes	y:x tem sempre o mesmo valor
	Quatro ângulos retos	Quando x=0, y=0
	Dois pares de lados paralelos	Quando x duplica, y também duplica
	Quatro eixos de simetria	Quando aumentamos x, em passos iguais, também acontece o mesmo a y
	...	...

Figura 3. Observar, classificar e definir: listar propriedades e elaborar definições

Pode estabelecer-se a rotina de apresentar aos alunos definições alternativas e pedir-lhes que as avaliem. Por exemplo, pode pedir-se que coloquem por ordem um conjunto de escadas de acordo com sua perceção da eventual ‘adequação de utilização´ e depois pedir-lhes para avaliarem definições alternativas deste conceito (figura 4). Isto conduz naturalmente a discussões sobre as ideias matemáticas de medida e de ampliação.



Escadas

Coloca estas escadas por ordem de adequação.

Será que "(altura do degrau) – (comprimento do degrau)" corresponde a uma definição apropriada da adequação? Testa esta definição nos exemplos.

Porque será que "(altura do degrau) : (comprimento do degrau)" corresponde a uma definição melhor?

Figura 4. Observar, classificar e definir: definições desafiantes

Para representar e traduzir, utilizarei atividades que exigem aos alunos a tradução entre representações numéricas, verbais, gráficas, algébricas e outras. Normalmente, os grupos de alunos recebem conjuntos de cartões e é-lhes pedido que os agrupem de acordo com o facto de apresentarem, ou não, representações equivalentes. Surgem interpretações erradas quando se incluem traduções que são normalmente confundidas. Por exemplo, os alunos podem receber um grupo de quatro cartões com representações de quantias em dinheiro (£120; £150; £200; £100) e um conjunto de dez cartões com setas, mostrando a percentagem de aumento ou de redução (e. g., "aumento de 25% "; "redução de 25%"). Pede-se-lhes que coloquem os cartões com o dinheiro nos vértices de um quadrado e disponham os cartões com percentagem entre eles em lugares apropriados (a figura 5 mostra um lado do 'quadrado'). É normal que os alunos considerem "aumento de 25%" e "redução de 25%" como inversas colocando-os entre os cartões de £120 e £150. Posteriormente, o professor introduz mais cartões com setas com operadores multiplicativos (por exemplo, x 1,25; x 0,8). Depois dos alunos terminarem a colocação destes cartões, utilizarão a calculadora para verificarem e relacionarem os operadores com as percentagens indicadas. Isto causará conflitos e discussões, à medida que se encontram as inconsistências. Mais cartas são adicionadas depois, como se ilustra. Descobrem-se conexões entre todas essas representações e estabelecem-se generalizações.

Mais exemplos de tarefas para representar e traduzir podem ser encontrados em Swan (2008a; 2008b).

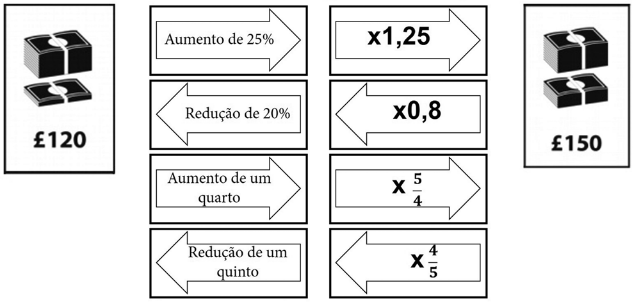


Figura 5. Representar e traduzir: aumento e redução percentual.

Na categoria justificar ou demonstrar, é usual dar aos alunos um conjunto de conjeturas, sendo a sua tarefa determinar os respetivos domínios de validade. Estes domínios são habitualmente designados por 'é sempre, algumas vezes ou nunca verdadeiro'. A figura 6 ilustra uma seleção representativa dessas asserções.

Aumento de ordenado

O Max tem um aumento salarial de 30%.

O Jim tem um aumento salarial de 25%.

Portanto, o Max tem o maior aumento de ordenado.

Frações

Se adicionarmos o mesmo número a ambos os termos da fração, o número representado aumenta de valor.

Área e perímetro

Quando tiramos um bocado de uma figura geométrica, reduzimos a área e o perímetro.

Ângulos retos

Um pentágono tem menos ângulos retos do que um retângulo.

Diagonais

As diagonais de um quadrilátero dividem-no em quatro áreas iguais.

Triângulo retângulo

Se um triângulo retângulo tiver os lados com medidas inteiras, o raio da circunferência inscrita também mede um valor inteiro.

Figura 6. Justificar ou demonstrar: uma seleção de conjeturas para testar

Normalmente, os cartões de um conjunto estão todos relacionados com um tópico matemático específico e têm presentes algumas crenças normalmente aceites. Os alunos são informados que: "se considerarem que uma afirmação é sempre verdadeira ou sempre falsa, então tentem explicar claramente como chegaram a essa conclusão. Se acharem que uma afirmação é nuns casos falsa e noutros verdadeira, então tentem descrever todos os casos em que é verdadeira e todos os casos em que é falsa." Desta forma, os alunos têm primeiro de identificar as variáveis envolvidas e, em seguida, testar a afirmação, construindo exemplos e contraexemplos. Em alguns casos, pode ser solicitada uma prova formal. Quando os alunos se sentirem perdidos, o professor poderá apontar-lhes casos particulares para testarem. Por exemplo, em *Diagonais*, os alunos geralmente afirmam que a frase é verdadeira para quadrados, mas não para os retângulos (temos um desafio!). O professor poderá precisar de os orientar para considerarem uma gama maior de quadriláteros de modo a encontrarem todos os casos em que a afirmação é válida.

Finalmente, vamos falar de identificar e analisar a estrutura. Quando os alunos enfrentam um problema, são levados a analisar a sua estrutura e, ao fazê-lo, elaboram mais problemas. O problema inicial é reescrito como uma lista de variáveis juntamente com os seus valores de partida (incluindo a solução para o problema original, ver figura 7). O primeiro passo da tarefa será descrever como é que cada variável pode ser obtida a partir das outras e, em seguida, explorar o efeito da alteração sistemática das variáveis. Vamos então apagar o lucro. Como é que este se obtém a partir das outras variáveis? (60x4-50 ou l=np-k). Seguidamente, vamos reintegrar o lucro e apagar o preço de venda. Como é que ele pode ser encontrado? (p=(l+k)/n). Depois de trabalhar com cada variável separadamente, podemos considerá-las aos pares. Suponhamos que apagamos o n e l? Como é que o lucro dependerá do número de cartões feitos? Os alunos constroem uma tabela e um gráfico. Para finalizar, os alunos podem apagar todos os valores e descrever a estrutura geral algebricamente (l = np-k).

Sempre que os alunos procurem resolver um problema, podem ser encorajados a usarem este processo de generalização de modo a focarem as relações estruturais de modo mais explícito.

3.º Objetivo: Competência estratégica

A competência estratégica refere-se à capacidade dos alunos para resolver problemas não rotineiros de várias etapas, e estender essa capacidade à formulação de problemas do mundo real. Os produtos que os alunos elaboram podem, portanto, ser designados como soluções de problemas e modelos matemáticos. Podemos definir um problema como uma tarefa que o indivíduo quer resolver, mas para a qual ele ou ela "não têm acesso a um meio simples de solução" (Schoenfeld, 1985). Uma consequência desta definição é que será pedagogicamente inconsistente planificar tarefas de resolução de problemas com a finalidade de praticar um processo, ou desenvolver a compreensão de um conceito específico. Para desenvolver a competência estratégica, os alunos devem estar à vontade para experimentar uma variedade de abordagens, podendo decidir usar qualquer conceito ou procedimento específico, os quais não podem ser predeterminados. Nós estivemos em muitas aulas, onde o professor deu aos alunos um dito 'problema' para resolver, mas ao mesmo tempo exigiu que os alunos implementassem uma dada abordagem. Para nós, isso não é de facto um problema, mas sim um exercício ilustrativo. Claro que uma sequência de tarefas pode ser concebida, integrando um problema que é usado para motivar o desenvolvimento subsequente de métodos particulares mas, na introdução, os alunos não devem saber qual o método que devem utilizar. A resolução de problemas está contida nos processos mais amplos da modelação matemática. Adicionalmente, a modelação requer a formulação de problemas a partir de, por exemplo, restringir o número de variáveis ou colocar hipóteses simplificadoras. Mais tarde no processo, as soluções devem ser interpretadas e validadas em termos de contexto original.

Fazer e vender cartões de presentes

A Jane quer fazer, à mão, cartões de presentes originais, para caridade. O custo de um kit para fazer os cartões é 50€ e com ele podem fazer-se 60 cartões. Ela pensa que pode vender, cada um a 4€. Qual será o lucro, se todos os cartões forem vendidos? Resposta 190€.

Problema reescrito

Custo de compra de um kit	€	k 50	
Número de cartões que se pode fazer com o kit		n 60	Cartões
Preço de venda de cada cartão	€	p 4	
Lucro total se todos os cartões forem vendidos	€	l 190	

Figura 7. Identificar e analisar a estrutura: trabalhar com problemas

Na figura 8, ilustram-se alguns tipos de tarefas e exemplos de atividades de sala de aula, para a competência estratégica.

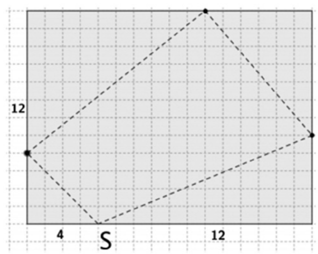
Assim sendo, para mim, a essência de uma tarefa desta categoria deveria ser a facilidade de existir uma variedade de abordagens alternativas, para que os estudantes possam aprender a partir da comparação dessas abordagens. Um exemplo de cada um dos tipos é dado na figura 9. O primeiro é um problema de matemática pura, do género 'quebra-cabeças', definido num contexto artificial num campo de jogos. O segundo, uma tarefa de modelação, é retirado de um contexto da vida real e envolve os alunos na colocação de hipóteses e de simplificações. Contudo, ambos podem ser abordados utilizando uma variedade de maneiras. O problema relativo ao campo de jogos pode ser resolvido por meio de desenho e medição, pelo uso repetido do teorema de Pitágoras ou também por "raciocínio geométrico puro, não quantitativo". O problema dos gatinhos pode ser modelado com uma grande variedade de representações, aí residindo o seu valor educativo. Retomaremos mais tarde este problema no presente artigo.

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
Resolver um problema não rotineiro pela criação e desenvolvimento de uma cadeia de raciocínio	• Selecionar conceitos e procedimentos matemáticos apropriados. • Planificar uma abordagem. • Executar o plano, monitorizar o andamento e alterar a direção, quando for necessário. • Refletir sobre a solução e examinar a sua razoabilidade, dentro do contexto. • Refletir sobre a estratégia e onde poderia ter sido aperfeiçoada.
Formular e interpretar um modelo matemático de uma situação que pode ser adaptada e usada numa variedade de situações.	• Colocar hipóteses adequadas para simplificar uma situação. • Representar matematicamente uma situação. • Identificar as variáveis significativas em situações. • Estabelecer relações entre variáveis. • Identificar questões acessíveis que possam ser abordadas na situação. • Interpretar e validar um modelo, em termos do contexto.

Figura 8. Organização da conceção de tarefas para a competência estratégica

O campo de jogos

Está representado um campo de jogos com 12 metros por 16 metros.
As crianças partem do ponto S, a 4 metros do vértice mais próximo.
Elas têm de correr e tocar em todos os lados, antes de regressarem a S.
O vencedor é quem chegar primeiro a S.
Qual será a trajetória mais curta?



Ter gatinhos[4]

Os gatos não conseguem adicionar mas multiplicam-se!
Apenas em 18 meses, esta gata pode ter 2000 descendentes.

Descobre se este número de descendentes é realista.

Eis algumas informações de que vais precisar:

Duração da gravidez: Cerca de 2 meses

Idade em que a gata pode ter a primeira gravidez: Cerca de 4 meses

Número de crias numa ninhada: Normalmente de 4 a 6

Idade a partir da qual uma gata não pode ter filhos: Cerca de 10 anos

Média de ninhadas que uma gata pode ter anualmente: 3

Figura 9. Tarefas centradas na competência estratégica

4 Esta tarefa foi concebida originalmente por Acumina Ltd (http://www.acumina.co.uk/) para Bowland Maths (http://bowlandmaths.org.uk) e é cortesia da Fundação Social Bowland.

4.º Objetivo: Competência crítica

Até agora, as atividades de sala de aula que foram descritas envolvem os alunos construindo os seus próprios procedimentos, conceitos e estratégias. Para o 4.º objetivo, espera-se que os alunos trabalhem sobre produtos matemáticos elaborados por outros. Os produtos deste objetivo podem ser caraterizados como comentários críticos. As atividades de sala de aula normalmente envolvem uma fase de compreensão, durante a qual os alunos tentam interpretar o raciocínio de outrem, uma fase de avaliação, onde eles testam esse raciocínio e comparam-no com outras abordagens e, finalmente, uma fase de revisão, em que os alunos tentam sugerir aperfeiçoamentos desse raciocínio (figura 10). As tarefas geradas são geralmente combinadas com tarefas que promovam os 2.º e 3.º objetivos. Quando eu discutir mais tarde a elaboração da aula neste artigo, apresentarei exemplos.

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
Analisar e criticar a explicação matemática de um procedimento ou conceito.	• Interpretar e ampliar uma explicação fornecida (pode estar apresentada verbal ou graficamente). • Comparar explicações matemáticas alternativas de um fenómeno. • Avaliar e aperfeiçoar os procedimentos matemáticos e o raciocínio de outros.
Analisar e criticar uma estratégia de resolução de problemas ou o modelo matemático de um fenómeno.	• Interpretar, adotar e dar continuidade a uma estratégia recebida. • Comparar estratégias alternativas; identificar pontos fortes ou fracos e os domínios de aplicação. • Aperfeiçoar uma estratégia recebida.

Figura10. Organização da conceção de tarefas para a competência crítica

Ao apresentar esta organização, reconheço que existem muitas caraterísticas que não mencionei, como, por exemplo, os públicos-alvo para os vários produtos. Contudo, verificou-se que este aspeto foi importante no decorrer das experiências letivas dos alunos. Antes da descrição de como elas aconteceram, devo considerar, de forma breve, o papel das teorias e princípios da conceção de tarefas.

(continua no próximo número)

Referências

Bell, A. (1993). Some experiments in diagnostic teaching. *Educational Studies in Mathematics, 24*(1).

Burkhardt, H., & Schoenfeld, A. (2003). Improving Educational Research: toward a more useful, more influential and better-funded enterprise. *Educational Researcher, 32*(9), 3-14.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts.* London: HMSO.

Foster, C. (2013). Mathematical´etudes: embedding opportunities for developing procedural fluency within rich mathematical contexts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 44*(5), 765-774

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington: National Academy Press.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations.* Cambridge: Cambridge University Press.

Sapir, E. (Ed.). (1970). *Language and Concepts*. London: University paperbacks, Methuen.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*: Academic Press

Sierspinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London: Falmer.

Swan, M. (2006). *Colaborative Learning in Mathematics: A Challenge to our Beliefs and Practices.* London: National Institute for Advanced and Continuing Education (NIACE) for the National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC).

Swan, M. (2008a). *The design of multiple representation tasks to foster conceptual development.* Paper presented at the International Congress in Mathematics Education. From http://tsg.icme11.org/tsg/show/35

Swan, M. (2008b). A Designer Speaks: Designing a Multiple Representation Learning Experience in Secondary Algebra. *Educational Designer: Journal of the International Society for Design and Development in Education 1*(1), article 3.

Swan, M. (2014). Improving the alignment between values, principles and classroom realities. In Y. Li & G. Lappan (eds.), *Mathematics Curriculum in School Education*: Springer.

Watson, A., & Sullivan, P. (2008). Teachers learning about tasks and lessons. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and Resources in Mathematics Teacher Education* (pp.109-135). Rotherdam: Sense Publishers.

Whitehead, A. M. (1911). *An introduction to Mathematics*. New York, London: Henry Holt and Company; Williams and Norgate.

Zaslavsky, O. (2008). *Attention to similarities and diferences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education.* Paper presented at the International Congress in Mathematics Education. From http://tsg.icme11.org/tsg/show/35

Malcolm Swan

Centro de investigação em educação matemática, Universidade de Nottingham

Tradução: Fernando Nunes