6

FUNÇÕES

6.1 **Conceito de função** Revisão

6.2 **Função afim**

NO FINAL DESTE CAPÍTULO DEVERÁS SER CAPAZ DE:

- Reconhecer uma função afim como uma função do tipo $f(x) = ax + b$ e uma função linear como um caso particular da função afim.
- Representar funções afins usando gráficos, expressões algébricas e tabelas.
- Reconhecer o efeito da variação de cada parâmetro numa função afim.
- Identificar uma função de proporcionalidade direta com uma função linear.
- Interpretar e modelar situações da realidade através de funções afins e fazer previsões.

6.1 Conceito de função Revisão

VAMOS COMEÇAR

O Pedro e a Ana estavam a estudar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a amplitude de cada um dos seus ângulos internos.

Na tabela estão registados os valores que obtiveram.

N.º de lados do polígono regular	3	4	5	6
Amplitude dos ângulos internos	60°	90°	108°	120°

1. Justifica que a correspondência representada na tabela é uma função.
2. Indica o domínio e o contradomínio da função representada na tabela.
3. Representa graficamente a função.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

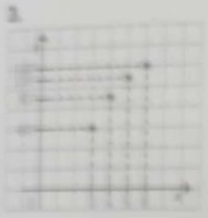
Soluções

Vamos começar

1. A correspondência é uma função, pois a cada elemento do conjunto de partida associa um único elemento do conjunto de chegada.

2. O domínio é $\{3, 4, 5, 6\}$ e o contradomínio é $\{60°, 90°, 108°, 120°\}$.

3.



auladigital

• Resolução dos exercícios do capítulo 6

PROFESSOR - ALUNO

auladigital

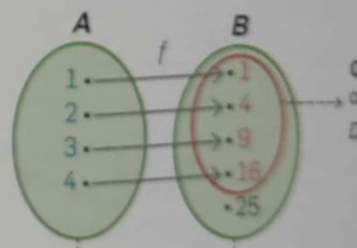
• **Animação**
Conceito de função

Na tarefa anterior recordaste o conceito de função.

Uma **função** é uma correspondência entre dois conjuntos, A e B, que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

No diagrama de setas ao lado está representada a função $f: A \longrightarrow B$.

Nesta função, a imagem do objeto 2 é 4, o que pode ser representado por $f(2) = 4$.



De uma maneira geral, podemos escrever $f(x) = y$ e, neste caso, dizemos que x é variável independente e y é a variável dependente.

Recorda que, para além do **diagrama de setas**, a função f pode também ser representada por uma **tabela**, uma **expressão algébrica** e um **gráfico cartesiano**.

Tabela

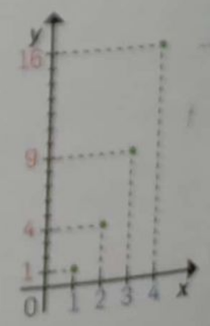
x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9
4	16

Elevamos os valores de x ao quadrado

Expressão algébrica

$f(x) = x^2$

Gráfico cartesiano



Representamos os pares ordenados $(x, f(x))$

CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 32, pág. 61

NOTA!
Num referencial cartesiano, cada ponto do plano é identificado pelas suas coordenadas, ou seja, pelo par ordenado (x, y), sendo x a abcissa e y a ordenada.

6.1 Conceito de função Revisão

VAMOS COMEÇAR

O Pedro e a Ana estavam a estudar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a amplitude de cada um dos seus ângulos internos.

Na tabela estão registados os valores que obtiveram.

N.º de lados do polígono regular	3	4	5	6
Amplitude dos ângulos internos	60°	90°	108°	120°

1. Justifica que a correspondência representada na tabela é uma função.
2. Indica o domínio e o contradomínio da função representada na tabela.
3. Representa graficamente a função.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

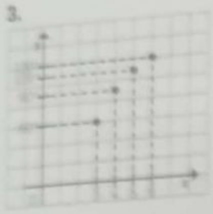
Soluções

Vamos começar

1. A correspondência é uma função, pois a cada elemento do conjunto de partida associa um único elemento do conjunto de chegada.

2. O domínio é $\{3, 4, 5, 6\}$ e o contradomínio é $\{60°, 90°, 108°, 120°\}$.

3.



auladigital

- Resolução dos exercícios do capítulo 6

PROFESSOR - ALUNO

auladigital

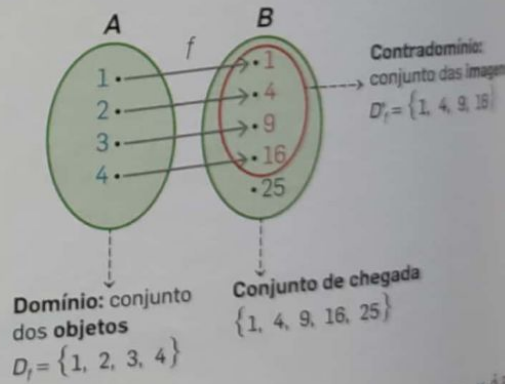
- **Animação** Conceito de função

Na tarefa anterior recordaste o conceito de função.

Uma **função** é uma correspondência entre dois conjuntos, A e B, que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

No diagrama de setas ao lado está representada a função $f: A \longrightarrow B$.

Nesta função, a imagem do objeto 2 é 4, o que pode ser representado por $f(2) = 4$.



De uma maneira geral, podemos escrever $f(x) = y$ e, neste caso, dizemos que x é a variável independente e y é a variável dependente.

Recorda que, para além do **diagrama de setas**, a função f pode também ser representada por uma **tabela**, uma **expressão algébrica** e um **gráfico cartesiano**.

Tabela

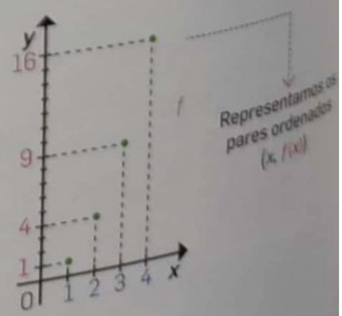
x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9
4	16

Elevamos os valores de x ao quadrado

Expressão algébrica

$f(x) = x^2$

Gráfico cartesiano



CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 32, pág. 61

NOTA!

Num referencial cartesiano, cada ponto do plano é identificado pelas suas coordenadas, ou seja, pelo par ordenado (x, y), sendo x a abcissa e y a ordenada.

6.1 Conceito de função Revisão

VAMOS COMEÇAR

O Pedro e a Ana estavam a estudar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a amplitude de cada um dos seus ângulos internos.

Na tabela estão registados os valores que obtiveram.

N.º de lados do polígono regular	3	4	5	6
Amplitude dos ângulos internos	60°	90°	108°	120°

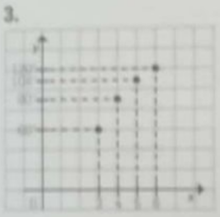
1. Justifica que a correspondência representada na tabela é uma função.
2. Indica o domínio e o contradomínio da função representada na tabela.
3. Representa graficamente a função.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Vamos começar

1. A correspondência é uma função, pois a cada elemento do conjunto de partida associa um único elemento do conjunto de chegada.
2. O domínio é $\{3, 4, 5, 6\}$ e o contradomínio é $\{60°, 90°, 108°, 120°\}$.
3.



auladigital

- Resolução dos exercícios do capítulo 6

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

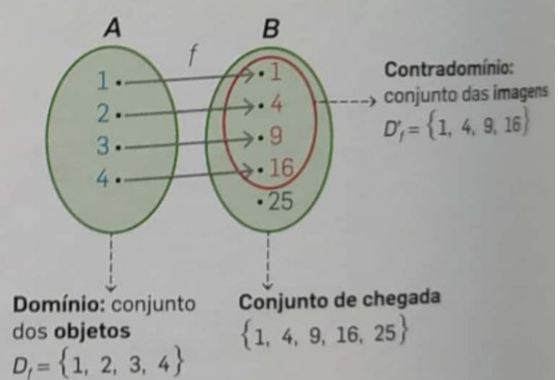
- **Animação**
  Conceito de função

Na tarefa anterior recordaste o conceito de função.

Uma **função** é uma correspondência entre dois conjuntos, A e B, que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

No diagrama de setas ao lado está representada a função $f : A \longrightarrow B$.

Nesta função, a imagem do objeto 2 é 4, o que pode ser representado por $f(2) = 4$.



De uma maneira geral, podemos escrever $f(x) = y$ e, neste caso, dizemos que x é a variável independente e y é a variável dependente.

Recorda que, para além do **diagrama de setas**, a função f pode também ser representada por uma **tabela**, uma **expressão algébrica** e um **gráfico cartesiano**.

Tabela

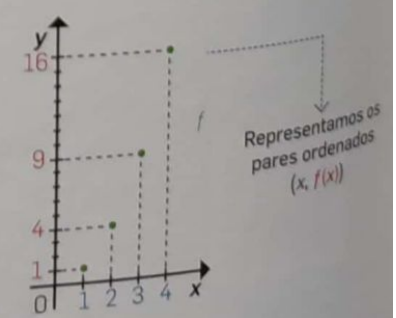
x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9
4	16

Elevamos os valores de x ao quadrado

Expressão algébrica

$$f(x) = x^2$$

Gráfico cartesiano



CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 32, pág. 61

NOTA !

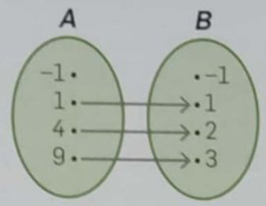
Num referencial cartesiano, cada ponto do plano é identificado pelas suas coordenadas, ou seja, pelo par ordenado (x, y), sendo x a abcissa e y a ordenada.

APRENDE A FAZER

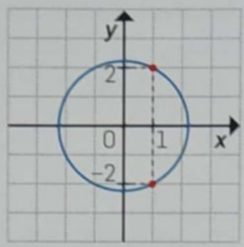
EXCLUSIVO DO PROFESSOR

auladigital
• Apresentação
Conceito de função

1 Justifica que nenhuma das correspondências representa uma função.



Correspondência 1



Correspondência 2

RESOLUÇÃO

A correspondência 1 não é uma função, uma vez que o elemento -1 do conjunto de partida (conjunto A) não tem correspondente no conjunto de chegada (conjunto B).

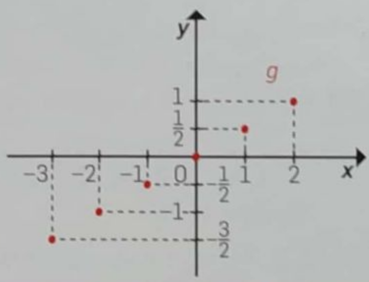
A correspondência 2 não é uma função, uma vez que há, pelo menos, dois pontos, os pontos de coordenadas $(1, 2)$ e $(1, -2)$, com a mesma abcissa, logo haveria, pelo menos, um objeto com duas imagens.

2 No referencial cartesiano ao lado está representada a função g.

2.1 Indica o domínio e o contradomínio da função g.

2.2 Calcula o valor de $g(-3) - g(-2) \times g(1)$.

2.3 Escreve uma expressão algébrica que represente a função.



RESOLUÇÃO

2.1 $D_g = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

$D'_g = \left\{-\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$

O gráfico cartesiano é formado por pontos, cujas coordenadas são os pares ordenados do tipo (objeto, imagem), logo o conjunto das abcissas dos pontos é o domínio e o conjunto das ordenadas dos pontos é o contradomínio.

2.2 $g(-3) - g(-2) \times g(1) = -\frac{3}{2} - (-1) \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

2.3 $g(x) = \frac{1}{2}x$

(objeto, imagem) $\times\frac{1}{2}$

Cada imagem é igual a metade do respetivo objeto.

3 Considera a função h, de domínio $\mathbb{Q}$, definida por $h(x) = -\frac{4}{3}x + 1$.

3.1 Determina a imagem do objeto 6 pela função h.

3.2 Determina o objeto cuja imagem pela função h é $\frac{1}{3}$.

RESOLUÇÃO

3.1 $h(6) = -\frac{4}{3} \times 6 + 1 = -\frac{24}{3} + 1 = -8 + 1 = -7$

Para calcular a imagem de um objeto, basta substituir x por esse objeto na expressão algébrica da função e efetuar os cálculos.

continua ▸

▸ continuação

RESOLUÇÃO

3.2 Pretendemos determinar o objeto x tal que $h(x)=\frac{1}{3}$ e para isso vamos **resolver a equação** $-\frac{4}{3}x+1=\frac{1}{3}$.

Assim,

Começa por reduzir todos os termos da equação ao mesmo denominador.

$$-\frac{4}{3}x+\underset{(\times 3)}{1}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{4x}{3}+\frac{3}{3}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow -4x+3=1 \Leftrightarrow$$

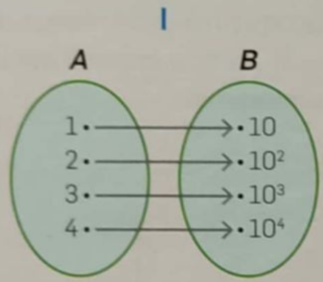
$$\Leftrightarrow -4x=1-3 \Leftrightarrow \frac{\cancel{-4}x}{\cancel{-4}}=\frac{-2}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

Logo, o objeto com imagem $\frac{1}{3}$ é $\frac{1}{2}$.

AGORA TU

4 Indica qual, ou quais, das correspondências são funções. Justifica.

I



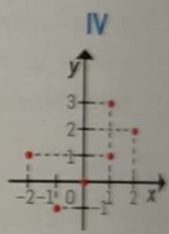
II

Correspondência entre cada número natural e os seus divisores.

III

x	-1	0	1	2
y	3	3	3	3

IV



5 Considera a função f, de domínio $A=\left\{-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right\}$, definida pela tabela ao lado.

x	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	-3	-2	1	6

5.1 Indica o contradomínio da função f.

5.2 Considera a representação gráfica da função f e indica:

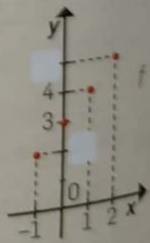
a) a abcissa do ponto do gráfico de f cuja ordenada é 6.

b) a ordenada do ponto do gráfico de f cuja abcissa é $-\frac{1}{2}$.

5.3 Escreve uma expressão algébrica para a função f.

6 Na tabela e no referencial cartesiano está representada a função f.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	2			5



6.1 Completa a tabela e o gráfico.

6.2 Escreve uma expressão algébrica para a função f.

7 Considera a função f, de domínio $\mathbb{Q}$, definida por $f(x)=-\frac{5}{2}x-3$.

7.1 Calcula o valor de $[f(-2)-f(4)]\times f\left(-\frac{2}{3}\right)$.

7.2 Determina o objeto cuja imagem pela função f é -4.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Agora tu

4.

I. É uma função, pois a cada elemento do conjunto de partida associa um e um só elemento do conjunto de chegada.

II. Não é uma função, pois há pelo menos um número do conjunto de partida (o 2) que tem mais do que um correspondente no conjunto de chegada (o 1 e o 2).

III. É uma função, pois a cada elemento do conjunto de partida associa um e um só elemento do conjunto de chegada.

IV. Não é uma função, pois há um número do conjunto de partida (o 1) que tem dois correspondentes no conjunto de chegada (o 1 e o 3).

5.1 $D'_f=\{-3, -2, 1, 6\}$

5.2 **a)** $\frac{3}{2}$ **b)** -2

5.3 $f(x)=4x$

6.1

x	-1	0	1	2
$f(x)$	2	3	4	5

Os valores em falta no gráfico são 2 e 5.

6.2 $f(x)=x+3$

7.1 -20

7.2 $\frac{2}{5}$

Dossiê do Professor

Questão de aula 20

Depressa e bem 18

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- **Atividade**
  Conceito de Função

TREINA +

Págs. 29 e 30, exs. 1 e 2, 3 e 4.

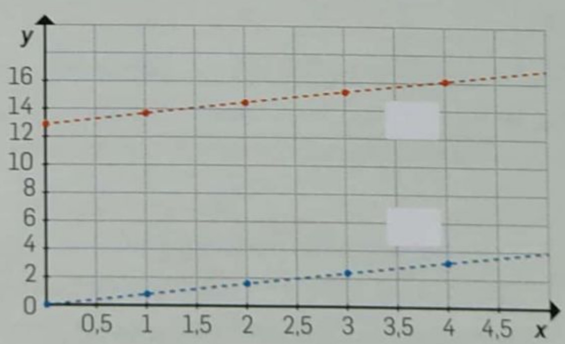
6.2 Função afim

VAMOS COMEÇAR

A Mafalda e o João estiveram a analisar as faturas da água de sua casa. Para tentar perceber como era feito o cálculo do valor a pagar, resolveram organizar a informação das faturas numa tabela.

N.º de metros cúbicos de água consumidos	Tarifa fixa (em euros)	Valor a pagar pela água consumida (em euros)	Valor total da fatura (em euros)
0	13	$0 \times 0{,}8 = 0$	$13 + 0 = 13$
1	13	$1 \times 0{,}8 = \square$	$13 + \square = \square$
2	13	$2 \times 0{,}8 = \square$	
3	13	$\square \times \square = \square$	
4	13	$\square \times \square = \square$	

1. Completa a tabela.
2. Se num determinado mês tiverem consumido 3 m^3 de água, qual será o valor total da fatura desse mês? E se tiverem consumido 10 m^3 de água?
3. Considera a função que ao número, x, de metros cúbicos de água consumidos faz corresponder $c(x)$, o valor a pagar, em euros, pela água consumida. Completa a expressão algébrica da função c: $c(x) = \square x$.
4. Considera agora a função que ao número, x, de metros cúbicos de água consumidos faz corresponder $t(x)$, o valor total da fatura, em euros. Completa a expressão algébrica da função t: $t(x) = \square x + \square$.
5. Os irmãos recorreram a uma folha de cálculo para representar graficamente as informações registadas na tabela. Identifica, nessa representação, cada uma das funções c e t.



As funções com que trabalhaste na tarefa anterior são exemplos de **funções afins**.

Dá-se o nome de **função afim** a uma função cuja expressão algébrica é do tipo $f(x) = ax + b$, sendo a e b dois parâmetros que representam números racionais.

O gráfico de uma função afim está contido numa reta. Dizemos que $y = ax + b$ é uma equação dessa reta.

Se a variável independente tomar qualquer valor, então o gráfico da função afim é uma reta.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Vamos começar

1. *Consultar a página 164.*
2. Se tiverem consumido 3 m^3 de água, então o valor total a pagar será de 15,4 euros. Se tiverem consumido 10 m^3 de água, então o valor a pagar será de 21 euros.
3. $c(x) = 0{,}8x$
4. $t(x) = 0{,}8x + 13$
5. Função c – gráfico azul; função t – gráfico laranja.

+ Inclusão

Ficha 14

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- **Animação**
  Função afim

Efeito da variação dos parâmetros a e b no gráfico da função $f(x) = ax + b$

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Vamos começar

4.

Gráfico	Expressão algébrica
4	$f(x) = \frac{1}{2}x$
1	$g(x) = -x$
3	$h(x) = 4x$
2	$j(x) = -3x$

5.

Gráfico	Expressão algébrica
4	$f(x) = x - 4$
2	$g(x) = x + 2$
3	$h(x) = x - 1$
1	$j(x) = x + 3$

+ Inclusão

Ficha 15

aula digital

- **Vídeo**
  Resolução – Vamos começar
- **Simulador**
  GeoGebra: Resolução – Vamos começar

PROFESSOR + ALUNO

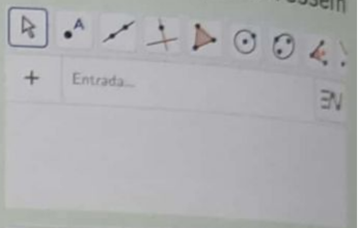
aula digital

- **Animação**
  Ambiente de trabalho do GeoGebra

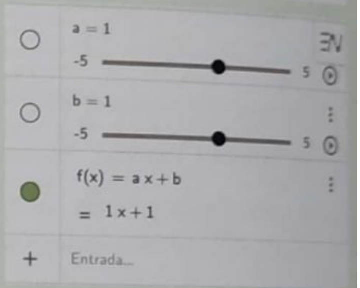
VAMOS COMEÇAR

A professora de Matemática pediu aos alunos que investigassem o que acontece ao gráfico de uma função afim, definida por $f(x) = ax + b$, quando variamos os valores dos parâmetros a e b.

Para isso, sugeriu que os alunos recorressem ao GeoGebra e percorressem as etapas seguintes:



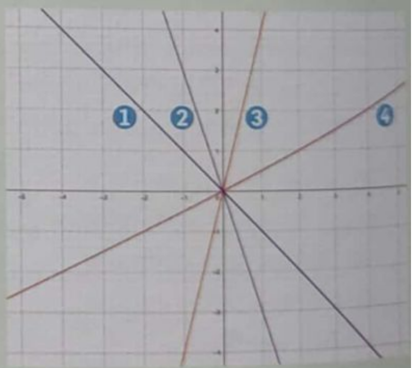
1. Abre uma página no GeoGebra.
2. Em  escreve a expressão $ax + b$.
3. O GeoGebra cria dois seletores, um para o parâmetro a e o outro seletor para o parâmetro b, mostrando a reta obtida para cada valor de a e de b.



4. Coloca o seletor do parâmetro b em 0, faz variar o seletor do parâmetro a de -5 a 5 e observa a alteração na direção da reta.

   Com base no que observaste, associa a cada gráfico a sua expressão algébrica, completando a tabela seguinte.

Gráfico	Expressão algébrica
	$f(x) = \frac{1}{2}x$
	$g(x) = -x$
	$h(x) = 4x$
	$j(x) = -3x$



5. Coloca o seletor do parâmetro a em 1, faz variar o seletor do parâmetro b de -5 a 5 e observa a alteração na posição da reta.

   Com base no que observaste, associa a cada gráfico a sua expressão algébrica, completando a tabela seguinte.

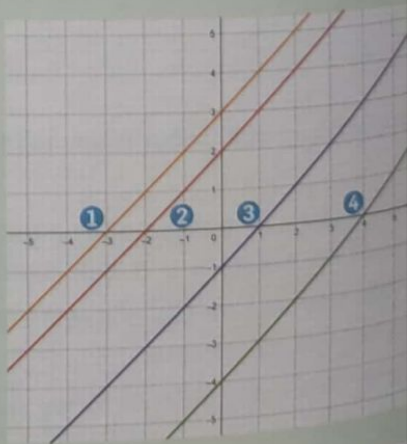


Gráfico	Expressão algébrica
	$f(x) = x - 4$
	$g(x) = x + 2$
	$h(x) = x - 1$
	$j(x) = x + 3$

Na tarefa anterior começaste por fixar o parâmetro b em zero, e obtiveste **funções lineares**.

Um caso particular da função afim é a **função linear**, cuja expressão algébrica é do tipo $f(x) = ax$, sendo a um número racional.
O gráfico de uma função linear está contido numa reta que passa na origem do referencial.

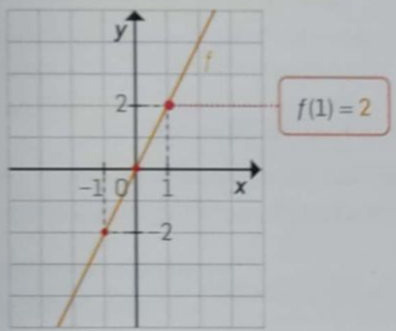
PROFESSOR + ALUNO

aula digital
- Simulador
  GeoGebra: Gráfico de uma função afim

Vejamos mais alguns exemplos:

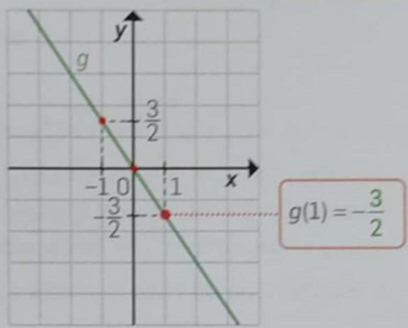
$f(x) = 2x$

x	-1	0	1
$f(x)$	-2	0	2



$g(x) = -\frac{3}{2}x$

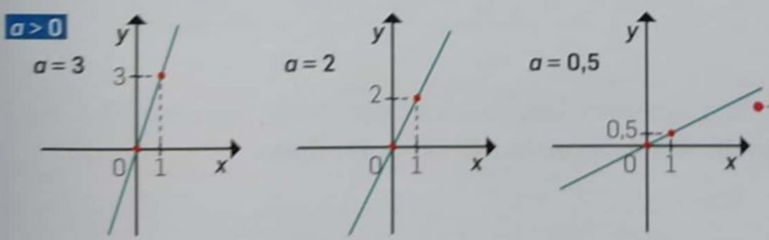
x	-1	0	1
$g(x)$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$



Sendo $f(x) = ax$ a expressão algébrica de uma **função linear**, tem-se:
- $a = f(1)$, logo a é a ordenada do ponto de abcissa 1, do gráfico de f;
- $a = \frac{f(x)}{x}$, sendo x diferente de zero, ou seja, a é o quociente entre a ordenada e a abcissa de qualquer ponto do gráfico de f, à exceção da origem do referencial;
- a designa-se por **declive da reta** que representa graficamente a função.

Como verificaste nos exemplos acima, **a reta que representa graficamente a função contém a origem do referencial**, mas, sendo a diferente de zero, **o valor do parâmetro a influencia a direção da reta que é o gráfico da função linear.**

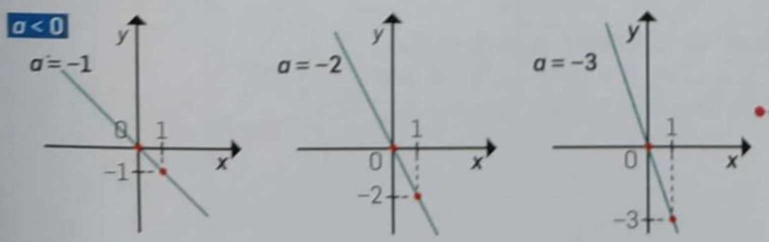
$a > 0$



Se $a > 0$, a reta atravessa o primeiro e o terceiro quadrantes.
Dizemos que «a reta sobe».

NOTA !
Se $a = 0$, então o gráfico coincide com o eixo das abcissas.

$a < 0$



Se $a < 0$, a reta atravessa o segundo e o quarto quadrantes.
Dizemos que «a reta desce».

Repara que **quanto maior for o valor absoluto de a, mais a reta se aproxima do eixo das ordenadas**.

AINDA TE LEMBRAS ?
O **valor absoluto** de um número a representa-se por $|a|$.
Exemplos:
- $|-3| = 3$
- $|3| = 3$

Ainda relativamente à tarefa da página anterior, de seguida fixaste o valor de a em 1 e fizeste variar o valor de b.

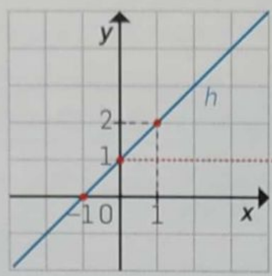
Vejamos mais alguns exemplos:

$h(x) = x + 1$

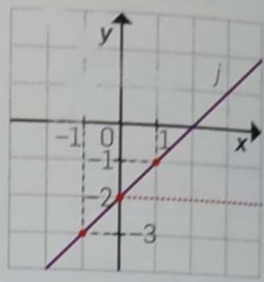
x	-1	0	1
$h(x)$	0	1	2

$j(x) = x - 2$

x	-1	0	1
$j(x)$	-3	-2	-1



$h(0) = 1$



$j(0) = -2$

NOTA !

Equação da reta

$y = ax + b$ → Ordenada na origem

a → Declive da reta

Sendo $f(x) = ax + b$ a expressão algébrica de uma **função afim**, tem-se:

- $b = f(0)$, logo b é a ordenada do ponto de abcissa zero, ou seja, do ponto de interseção da reta que representa graficamente a função com o eixo das ordenadas e designa-se por **ordenada na origem**;
- a é o **declive da reta** que representa graficamente a função.

NOTA !

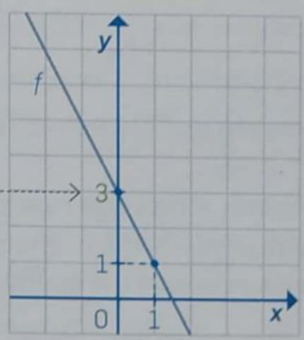
Se $a > 0$, então a função afim diz-se **crescente**.

Se $a < 0$, então a função afim diz-se **decrescente**.

EXEMPLO

No seguinte referencial cartesiano está representada a função definida por $f(x) = -2x + 3$.

A **ordenada na origem** é **3**, logo a reta contém o ponto de coordenadas $(\mathbf{0}, \mathbf{3})$.



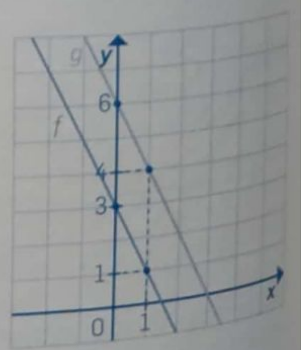
O **declive** é -2, logo a reta que representa a função «**desce**».

Pensamento computacional
Pág. 39

Duas funções afins com o mesmo valor do parâmetro a são representadas por retas com o **mesmo declive** e, portanto, por **retas paralelas**.

EXEMPLO

As retas que representam as funções f e g, definidas respetivamente por $f(x) = -2x + 3$ e $g(x) = -2x + 6$ são retas paralelas, pois têm o mesmo declive, que é -2.



Um outro caso particular da função afim é a **função constante**, cuja expressão algébrica é do tipo $f(x)=b$, sendo b um número racional.

O gráfico de uma função constante está contido numa **reta horizontal**.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

auladigital

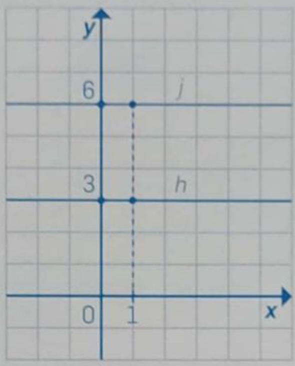
- **Apresentação**
  Função afim

EXEMPLO

As funções h e j, definidas por $h(x)=3$ e $j(x)=6$ são **funções constantes**.

As retas que representam as funções h e j, definidas respetivamente por $h(x)=3$ e $j(x)=6$, são retas paralelas, pois têm o mesmo declive, que é 0 ($h(x)=0x+3$ e $j(x)=0x+6$).

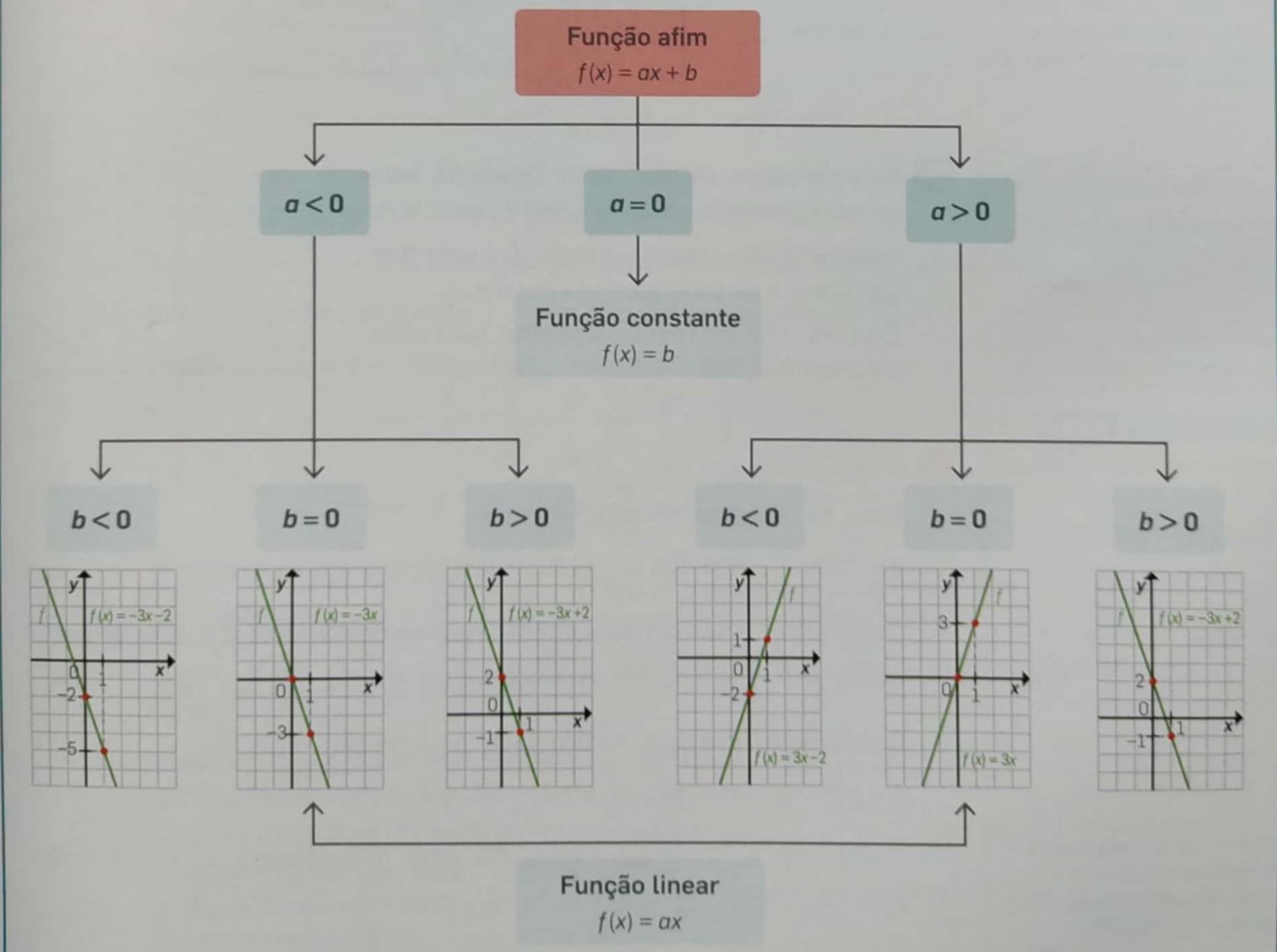
Quando o declive é zero, **as retas são horizontais**, ou seja «não sobem nem descem».



NOTA !

Se $b=0$ então o gráfico está contido no eixo das abcissas.

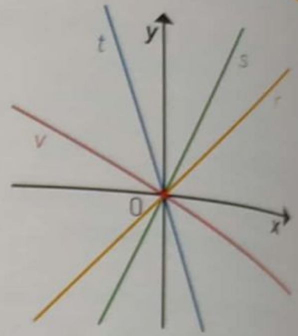
SÍNTESE



APRENDE A FAZER

8 As retas r, s, t e v, representadas no referencial cartesiano ao lado, são os gráficos de quatro funções lineares.

Associa cada uma das retas à expressão algébrica da função que ela representa.



Reta
r
s
t
v

Função
$f(x) = -0{,}5x$
$g(x) = -3x$
$h(x) = 2x$
$i(x) = x$

RESOLUÇÃO

As retas r e s têm declive positivo. Como a reta s está mais próxima do eixo das ordenadas, tem o maior declive.

As retas t e v têm declive negativo. Como a reta t está mais próxima do eixo das ordenadas, tem o declive com maior valor absoluto.

Reta
r
s
t
v

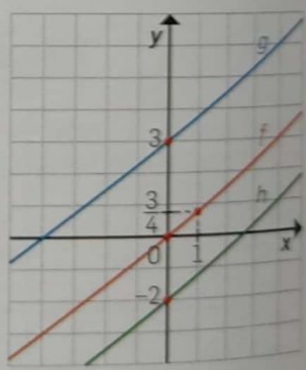
Função
$f(x) = -0{,}5x$
$g(x) = -3x$
$h(x) = 2x$
$i(x) = x$

---

9 No referencial cartesiano da figura ao lado estão representadas as funções f, g e h.

Como a figura sugere, a função f é uma função linear e as três retas são paralelas.

Escreve uma expressão algébrica para cada uma das funções.



RESOLUÇÃO

$f(x) = ax$, e sendo $a = f(1)$, vem que:

$a = f(1) = \dfrac{3}{4}$, logo $f(x) = \dfrac{3}{4}x$.

Como as retas são paralelas, têm o mesmo declive, isto é, o valor do parâmetro a é $\dfrac{3}{4}$ em ambas as funções g e h.

O parâmetro b é dado pela imagem de zero, pelo que:

$b = g(0) = 3$, logo $g(x) = \dfrac{3}{4}x + 3$.

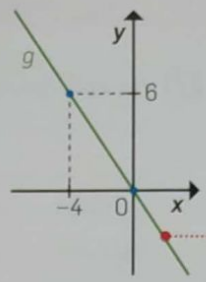
Como as retas são **paralelas**, têm o **mesmo declive**. Contudo, têm **diferentes ordenadas na origem**.

Como $h(0) = -2$, o valor do parâmetro b na função h é -2, logo $h(x) = \dfrac{3}{4}x - 2$.

continua

▸ continuação

10 Escreve uma expressão algébrica da função g, representada no referencial cartesiano ao lado.



Como a reta contém a origem do referencial, a função g é uma função linear.

RESOLUÇÃO

$g(x) = ax$, o que significa que $a = \dfrac{g(x)}{x}$, com $x \neq 0$.

Como o gráfico contém o ponto de coordenadas $(-4, 6)$, sabemos que $g(-4) = 6$, logo $a = \dfrac{g(-4)}{-4} = \dfrac{6}{-4} = -\dfrac{3}{2}$.

Assim, $g(x) = -\dfrac{3}{2}x$.

---

11 Considera a função f definida por $f(x) = -\dfrac{3}{2}x + 3$.

11.1 Justifica, sem a representar, que a origem do referencial não pertence ao gráfico da função f.

11.2 Indica as coordenadas do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas.

11.3 Determina a abcissa do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das abcissas.

11.4 Mostra que o ponto de coordenadas $\left(\dfrac{16}{3}, -5\right)$ pertence ao gráfico da função f.

11.5 Representa graficamente a função f.

RESOLUÇÃO

11.1 A função não é do tipo $f(x) = ax$, logo f não é uma função linear e, portanto, o seu gráfico não contém a origem do referencial.

11.2 $f(0) = -\dfrac{3}{2} \times 0 + 3 = 0 + 3 = 3$, logo as coordenadas do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas são $(0, 3)$.

Podes também observar em $f(x) = -\dfrac{3}{2}x + 3$ que a ordenada na origem é 3.

11.3 Pretendemos determinar o objeto x cuja imagem é zero, ou seja:

Um ponto pertencente ao **eixo das abcissas** tem **ordenada igual a zero**.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x + \underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}} = \underset{(\times 2)}{\frac{0}{1}} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x + \frac{6}{2} = \frac{0}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x + 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{\cancel{-3}x}{\cancel{-3}} = \frac{-6}{-3} \Leftrightarrow x = 2$$

A abcissa do ponto de interseção é 2.

NOTA !

Em alternativa, na alínea 11.3:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}x = -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x = -3 \times 2 \Leftrightarrow$

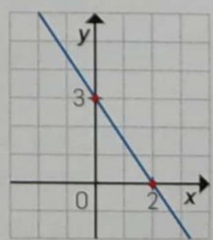
$\Leftrightarrow \dfrac{\cancel{-3}x}{\cancel{-3}} = \dfrac{-6}{-3} \Leftrightarrow x = 2$

11.4 Vamos mostrar que $f\left(\dfrac{16}{3}\right) = -5$.

As coordenadas dos pontos pertencentes ao gráfico de uma função f são do tipo $(x, f(x))$.

$$f\left(\frac{16}{3}\right) = -\frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{16}{\cancel{3}} + 3 = -\frac{16}{2} + 3 = -8 + 3 = -5$$

11.5 Sabemos que o ponto de coordenadas $(0, 3)$ pertence ao gráfico da função e, como a abcissa do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das abcissas é 2, sabemos que o gráfico interseta o eixo das abcissas no ponto de coordenadas $(2, 0)$.



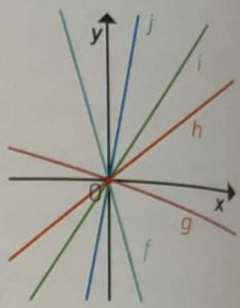
Uma vez que o gráfico da função é uma reta e que para definir uma reta são suficientes dois pontos, basta-nos determinar as coordenadas de dois pontos dessa reta.

AGORA TU

12 No referencial cartesiano ao lado estão representadas as funções f, g, h, i e j.

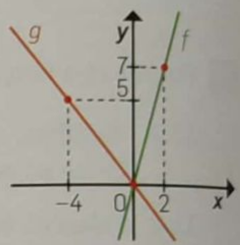
Para uns certos números racionais k, l, m, n e p, as funções são definidas por $f(x) = kx$, $g(x) = nx$, $h(x) = mx$, $i(x) = px$ e $j(x) = lx$.

Escreve os números k, l, m, n e p por ordem crescente.



13 Considera as funções f e g, representadas no referencial cartesiano ao lado.

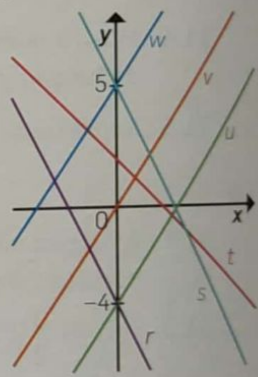
Escreve uma expressão algébrica de cada uma das funções.



14 Estabelece a correspondência entre cada uma das retas representadas no seguinte referencial cartesiano e a expressão algébrica da função que esta representa.

Reta
r
s
t
u
v
w

Função
$f(x) = -x + 2$
$g(x) = 1{,}5x$
$h(x) = -2x + 5$
$i(x) = 1{,}5x + 5$
$j(x) = -2x - 4$
$k(x) = 1{,}5x - 4$



15 Considera a função f definida por $f(x) = \frac{4}{3}x - 4$.

15.1 A função f é uma função linear? Justifica a tua resposta.

15.2 Calcula o valor de $f\left(-\frac{9}{4}\right) - f(10) : f(1)$.

15.3 Indica as coordenadas do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas.

15.4 Determina a abcissa do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das abcissas.

15.5 Averigua se o ponto de coordenadas $(-3, 8)$ pertence ao gráfico da função f.

15.6 Seja k um número racional. Determina o valor de k para o qual o ponto de coordenadas $(k, -2)$ pertence ao gráfico da função f.

15.7 Representa graficamente a função f.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Agora tu

12. $k<n<m<p<l$

13. $f(x) = \frac{7}{2}x$; $g(x) = -\frac{5}{4}x$

14. $r-j$; $s-h$; $t-f$; $u-k$; $v-g$; $w-i$

15.1 Não, pois a expressão algébrica da função não é do tipo $f(x) = ax$.

15.2 $-\frac{7}{2}$

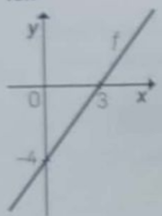
15.3 $(0, -4)$

15.4 3

15.5 Não

15.6 $k = \frac{3}{2}$

15.7



Dossiê do Professor

Questão de aula 21

Depressa e bem 19

PROFESSOR + ALUNO

aula digital

- **Atividade** Função afim

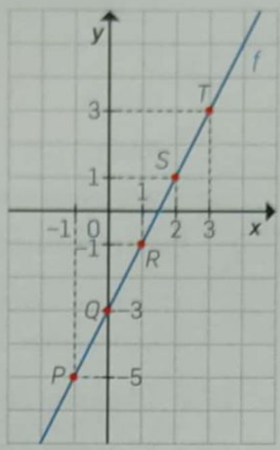
TREINA +

Págs. 30 e 31, exs. 5 a 7, 8 a 10.

Declive de uma reta não vertical

VAMOS COMEÇAR

No referencial cartesiano ao lado está representada a função f, definida por $f(x) = 2x - 3$, e os pontos P, Q, R, S e T, que pertencem ao seu gráfico.



1. Completa a tabela conforme o exemplo.

$A(x_A, y_A)$	$B(x_B, y_B)$	$\frac{y_B - y_A}{x_B - y_A}$
$P(-1, -5)$	$Q(0, -3)$	$\frac{-3-(-5)}{0-(-1)} = 2$
$P(-1, -5)$	$R(1, -1)$	
$Q(0, -3)$	$S(2, 1)$	
$R(1, -1)$	$S(2, 1)$	
$R(1, -1)$	$T(3, 3)$	

2. O valor que obtiveste na terceira coluna da tabela é, como viste, independente dos pontos utilizados. Que relação tem esse valor com os parâmetros da expressão algébrica da função f?

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Vamos começar

1. $\frac{-1-(-5)}{1-(-1)} = 2$; $\frac{1-(-3)}{2-0} = 2$; $\frac{1-(-1)}{2-1} = 2$; $\frac{3-(-1)}{3-1} = 2$

2. Esse valor é igual ao declive da reta que representa a função.

+ Inclusão

Ficha 16

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- Animação
  Declive de uma reta não vertical

Na tarefa anterior aprendeste um método para determinar o declive da reta que representa uma função afim, dados dois quaisquer dos seus pontos.

Sendo $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ dois pontos do gráfico de uma função afim, definida por $f(x) = ax + b$, o **declive**, a, da reta que a representa é dado por $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

NOTA!

Aplicando esta fórmula ao caso da **função linear**, definida por $f(x) = ax$, e considerando os pontos $O(0, 0)$ e $A(x_A, y_A)$, obtemos:

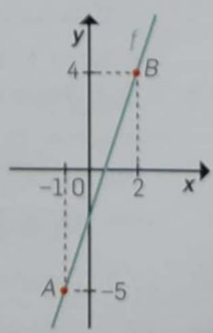
$$a = \frac{y_A - 0}{x_A - 0} = \frac{f(x_A)}{x_A}$$

Em particular, se $A(1, f(1))$, então:

$$a = \frac{f(1) - 0}{1 - 0} = f(1)$$

APRENDE A FAZER

16 Considera a função f, representada graficamente na figura ao lado. Como a figura sugere, os pontos $A(-1, -5)$ e $B(2, 4)$ pertencem ao gráfico da função.



16.1 Mostra que f pode ser definida por $f(x) = 3x - 2$.

16.2 Seja C o ponto de interseção do gráfico de f com o eixo das abcissas e D o ponto do eixo das abcissas que tem abcissa 2.

Determina o valor da área do triângulo $[ACD]$.

SUGESTÃO

Começa por desenhar o triângulo $[ACD]$ e por determinar a abcissa do ponto C.

continua ▸

▸ continuação

NOTA!

$\frac{4-(-5)}{2-(-1)} = \frac{-5-4}{-1-2}$, logo podes calcular o declive com a fórmula $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ ou com a fórmula $a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

RESOLUÇÃO

16.1 Seja $f(x) = ax + b$.

1.º passo: Determinação do valor de a.

$A(-1, -5)$
$B(2, 4)$

$$a = \frac{4-(-5)}{2-(-1)} = \frac{4+5}{2+1} = 3$$

Atendendo à fórmula: $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Assim, $f(x) = 3x + b$.

2.º passo: Determinação do valor de b.

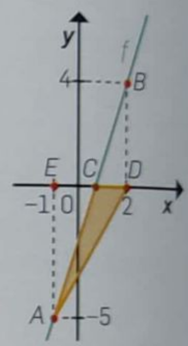
O ponto $B(2, 4)$ pertence ao gráfico de f, logo $f(2) = 4$.

$$f(2) = 4 \Leftrightarrow 3 \times 2 + b = 4 \Leftrightarrow 6 + b = 4 \Leftrightarrow b = 4 - 6 \Leftrightarrow b = -2$$

Substituindo x por 2

Concluímos, assim, que $f(x) = 3x - 2$.

16.2 **1.º passo:** Comecemos por desenhar o triângulo $[ACD]$.



$\text{Área}_{[ACD]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\overline{CD} \times \overline{AE}}{2}$

2.º passo: A base do triângulo é $\overline{CD}$, logo é necessário determinar a abcissa do ponto C, sabendo que tem ordenada zero.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

A abcissa do ponto C é $\frac{2}{3}$ e, portanto:

$$\overline{CD} = \underset{(\times 3)}{\frac{2}{1}} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

3.º passo: A altura do triângulo é $\overline{AE}$ (distância do ponto A ao eixo das abcissas), ou seja, é 5, pelo que a área do triângulo $[ACD]$ é:

$$\text{Área}_{[ACD]} = \frac{\overline{CD} \times \overline{AE}}{2} = \frac{\frac{4}{3} \times 5}{2} = \frac{20}{3} : 2 = \frac{20}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Agora tu

17.2 $\frac{15}{4}$

17.3 $h(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$

Dossiê do Professor

Questão de aula 22
Depressa e bem 20

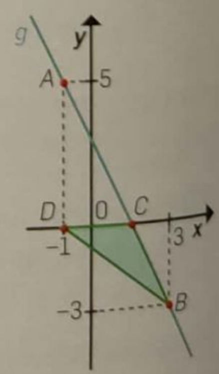
aula digital
- **Apresentação**
  Declive de uma reta não vertical

PROFESSOR + ALUNO

aula digital
- **Vídeo**
  Resolução do exercício 17
- **Atividade**
  Declive de uma reta não vertical

AGORA TU

17 Considera a função g, representada graficamente na figura ao lado.



Como a figura sugere:
- os pontos $A(-1, 5)$ e $B(3, -3)$ pertencem ao gráfico da função g;
- o ponto C é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das abcissas;
- o ponto D pertence ao eixo das abcissas e tem abcissa -1.

17.1 Mostra que $g(x) = -2x + 3$.

17.2 Determina o valor da área do triângulo $[BCD]$.

17.3 Determina a expressão algébrica da função h cujo gráfico é a reta BD.

AJUDA Ex. 17.2

Começa por determinar a abcissa do ponto C.

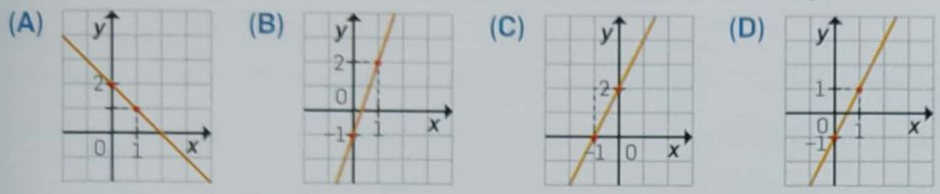
TREINA

1 Completa as seguintes tabelas, sabendo que as funções representadas são funções lineares.

x	0	1	3
$f(x)$		-2	

x	-3	1	6
$g(x)$	$\frac{3}{5}$		

2 Considera as retas representadas nos referenciais cartesianos seguintes.



Em qual das opções está representado o gráfico da função $f(x)=2x-1$? Justifica a tua resposta.

3 Considere as funções afins f, g e h, definidas respetivamente por $f(x)=-2x+3$, $g(x)=-2x-3$ e $h(x)=3x-3$. Relativamente às retas r, s e t que representam graficamente as funções f, g e h, respetivamente, podemos afirmar que:

(A) as retas r e s intersetam o eixo das ordenadas no mesmo ponto.

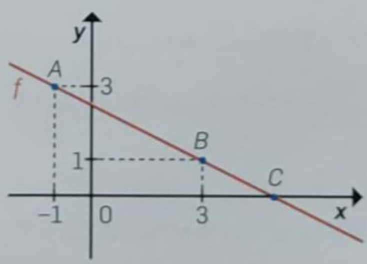
(B) as retas s e t são paralelas.

(C) as retas r e s são paralelas.

(D) as retas r e t intersetam o eixo das ordenadas no mesmo ponto.

4 No referencial cartesiano da figura ao lado está representado o gráfico da função afim f.

Como a figura sugere, os pontos A, B e C pertencem ao gráfico da função.



4.1 Mostra que $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$.

4.2 Determina as coordenadas do ponto C.

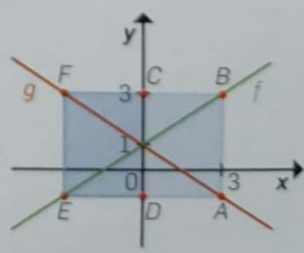
4.3 Determina a ordenada do ponto do gráfico de f que tem abcissa $-\frac{3}{5}$.

4.4 Considera os pontos $E\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ e $F(10, -5)$. Averigua se os pontos pertencem ao gráfico da função f.

5 No referencial cartesiano ao lado estão representadas as funções f e g, e os retângulos $[ABCD]$ e $[EFCD]$.

Sabe-se que:

- o retângulo $[EFCD]$ é a imagem do retângulo $[ABCD]$ pela reflexão de eixo CD;
- o ponto A tem abcissa 3;
- a função f é definida por $f(x)=\frac{2}{3}x+1$.



Determina uma expressão algébrica da função g. Explica como pensaste.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

1.

x	0	1	3
$f(x)$	0	-2	-6

x	-3	1	6
$g(x)$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$

2. (D), pois a ordenada na origem é -1 e $f(1)=1$.

3. (C)

4.2 $C(5, 0)$

4.3 $\frac{14}{5}$

4.4 O ponto E pertence e o ponto F não pertence.

5. $g(x)=-\frac{2}{3}x+1$

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- **Síntese**
  Conceito de função
  Função afim
  Declive de uma reta não vertical
- **Quiz**
  Conceito de função
  Função afim
  Declive de uma reta não vertical

TREINA +
Págs. 31 a 33, exs. 11, 12, 13 a 17, 18 a 22.

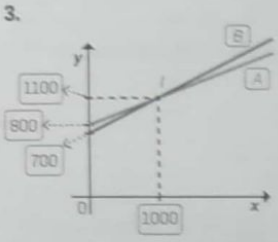
CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 33, pág. 63

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Vamos começar

1. *Consultar a página 164.*
2. Para um vendedor que venda mensalmente mais de 1000 euros é mais vantajosa a proposta B; se vender 1000 euros, então as propostas são igualmente vantajosas; se vender menos de 1000 euros, então é mais vantajosa a proposta A.
3.



4. 1000 é o valor de vendas mensal para o qual os ordenados mensais são iguais nas duas propostas.

aula digital

- **Apresentação**
  Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

VAMOS COMEÇAR

O Rui é muito bom vendedor e recebeu as propostas de trabalho seguintes.

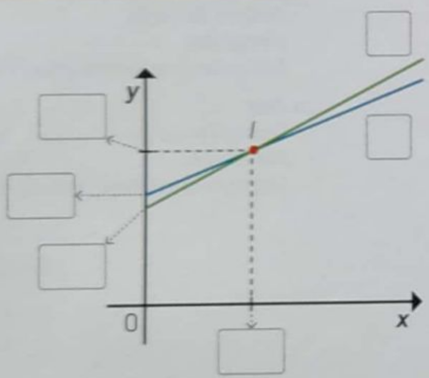
Proposta A
Ordenado base de 800 euros mensais e 30% do valor total das vendas que efetuar nesse mês.

Proposta B
Ordenado base de 700 euros mensais e 40% do valor total das vendas que efetuar nesse mês.

Ajuda o Rui a tomar uma decisão, resolvendo os exercícios que se seguem.

1. Recorrendo a uma folha de cálculo, completa a tabela seguinte.

Valor total das vendas efetuadas (em euros)	Ordenado mensal na proposta A (em euros)	Ordenado mensal na proposta B (em euros)
0	800	700
250	$800 + 0{,}3 \times 250 =$ ☐	$700 + 0{,}4 \times 250 =$ ☐
500		
1000		
1500		
2000		
x	$A(x) =$ ☐	$B(x) =$ ☐



2. Qual das propostas é mais vantajosa?
3. Completa o gráfico ao lado.
4. Interpreta, no contexto do problema, a abcissa do ponto I.

Na tarefa anterior recorremos à função afim para modelar uma situação real e, como viste, isso permitiu-nos fazer previsões para a situação que estudamos. Vamos agora analisar outras duas propostas que o Rui recebeu.

Proposta C
Ordenado base de 600 euros mensais e 50% do valor total das vendas que efetuar nesse mês.

Proposta D
Sem ordenado base e 70% do valor total das vendas que efetuar nesse mês.

Na seguinte tabela constam algumas simulações que o Rui fez:

Valor total das vendas efetuadas (em euros)	0	1000	2000	3000	4000	5000
Ordenado mensal na proposta C (em euros)	600	1100	1600	2100	2600	3100
Ordenado mensal na proposta D (em euros)	0	700	1400	2100	2800	3500

Seja x o valor total de vendas, em euros, e sejam $C(x)$ e $D(x)$ os ordenados mensais, em euros, em cada uma das propostas C e D, respetivamente.

Declive da reta

$$C(x) = 0{,}5x + 600$$

Ordenada na origem da reta

Valor fixo (ordenado base)

$0{,}5 \times x = 50\%$ de x, ou seja, 50% do valor das vendas

Em situações deste tipo em que existe um valor fixo, obtemos uma **função afim não linear**.

Declive da reta

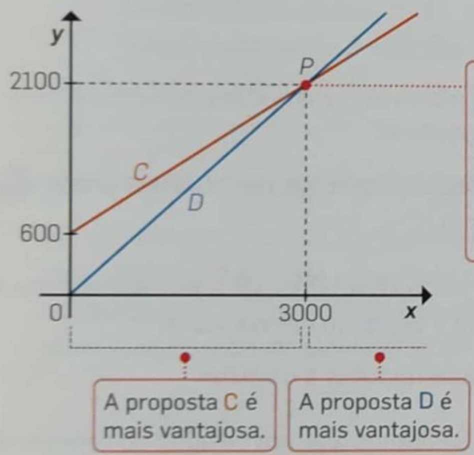
$$D(x) = 0{,}7x$$

$0{,}7 \times x = 70\%$ de x, ou seja, 70% do valor das vendas

Neste caso, obtivemos uma **função linear**.

Na verdade, trata-se também de uma **função de proporcionalidade direta**, cuja constante de proporcionalidade direta é 0,7.

Observa a representação gráfica das funções.



P é o **ponto de interseção** dos gráficos das duas funções.

A **abcissa** representa o valor para o qual as duas propostas são equivalentes.

A **ordenada** representa o valor comum do ordenado nas duas propostas.

AINDA TE LEMBRAS ?

Uma **função de proporcionalidade direta** é dada por uma expressão algébrica da forma $f(x) = kx$, onde k é a constante de proporcionalidade direta, sendo $k > 0$.

INVESTIGA

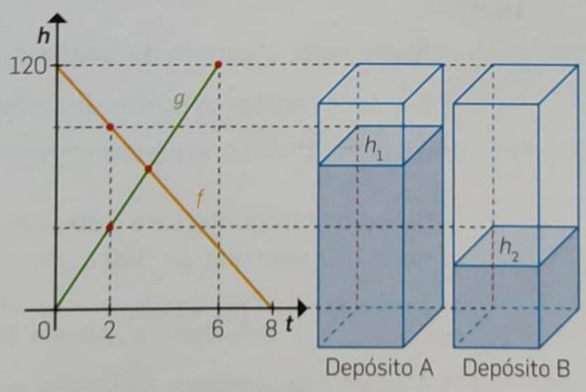
Das quatro propostas apresentadas ao Rui, qual aceitarias?

PROBLEMAS

APRENDE A FAZER

18 Os depósitos A e B representados na figura ao lado são dois paralelepípedos iguais.

Às 8h00, o depósito A, que estava cheio de água, começa a esvaziar e, no mesmo instante, o depósito B, que estava vazio, começa a encher-se com água.



No referencial cartesiano da figura estão representadas as funções f e g que relacionam a altura, h, em centímetros, da água em cada depósito, com o tempo t, em minutos, decorrido desde as 8h00.

18.1 Qual é a altura, em centímetros, de cada depósito?

18.2 Quanto tempo demorou o depósito A a esvaziar?

continua ▸

▸ continuação

18.3 Quanto tempo demorou o depósito B a encher?

18.4 Escreve a expressão algébrica de cada uma das funções representadas.

18.5 Determina, em centímetros, as alturas h_1 e h_2, assinaladas na figura, a que estava a água nos depósitos, ao fim de dois minutos.

18.6 Determina o instante em que os depósitos tinham o mesmo volume de água.

Apresenta a tua resposta em minutos e segundos.

Se em cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva pelo menos três casas decimais.

RESOLUÇÃO

18.1 $f(0)=120$, logo 120 cm é a altura do reservatório que inicialmente estava cheio, ou seja, do depósito A.

Como sabemos que os depósitos têm a mesma altura, o depósito B também tem de altura 120 cm.

18.2 Como $f(8)=0$, ao fim de 8 minutos a altura de água no depósito A era de zero centímetros, logo o depósito estava vazio.

Assim, o depósito A demorou 8 minutos a esvaziar.

18.3 Como $g(6)=120$, ao fim de 6 minutos a altura de água no depósito B era de 120 cm, logo o depósito estava cheio.

Assim, o depósito B demorou 6 minutos a encher.

18.4

Como o gráfico da função f está **contido numa reta**, trata-se de uma **função afim**, sendo t a variável independente.

- A expressão algébrica da função f é do tipo: $f(t)=at+b$.

  O gráfico contém os pontos de coordenadas $(0, 120)$ e $(8, 0)$, logo $a=\dfrac{0-120}{8-0}=-15$ e, portanto, $f(t)=-15t+b$.

  Como o gráfico interseta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 120, vem que $b=120$.

  Assim, $f(t)=-15t+120$.

Como o gráfico da função g está **contido numa reta que passa pela origem do referencial**, trata-se de uma **função linear**, sendo t a variável independente.

- A expressão algébrica da função g é do tipo $g(t)=a't$

Como o gráfico contém o ponto de coordenadas $(6, 120)$, sabemos que $g(6)=120$, logo $a'=\dfrac{g(6)}{6}=\dfrac{120}{6}=20$ e, portanto, $g(t)=20t$.

18.5 $f(2)=-15\times 2+120=-30+120=90$ e $g(2)=20\times 2=40$, logo $h_1=90$ cm e $h_2=40$ cm.

continua ▸

▸ continuação

18.6 Para determinar o instante em que os depósitos tinham o mesmo volume de água, igualamos as expressões que representam as duas funções.

Como os depósitos têm bases iguais, terão o mesmo volume de água quando tiverem a mesma altura de água.

$$f(t)=g(t) \Leftrightarrow -15t+120=20t \Leftrightarrow -15t-20t=-120 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{-}35t}{\cancel{-}35}=\frac{-120}{-35} \Leftrightarrow t=\frac{24}{7}$$

Pretendemos o valor de t que tem a mesma imagem pelas duas funções.

$\frac{24}{7} \approx 3{,}429$ minutos

3 minutos + 0,429 minutos

$\times 60$

1 minuto = 60 segundos

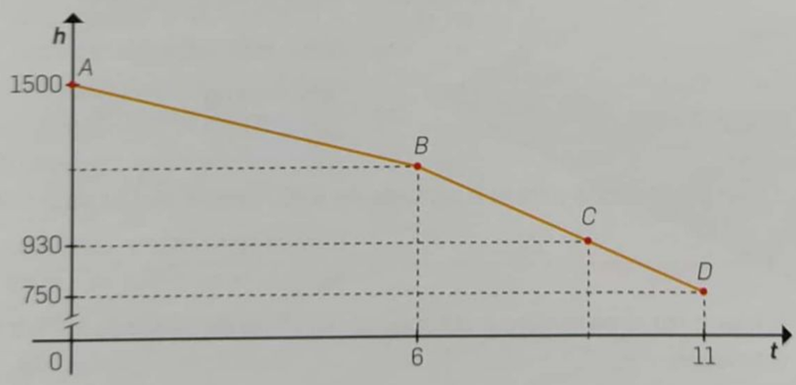
25,74 segundos

Assim, os depósitos terão o mesmo volume de água, passados aproximadamente 3 minutos e 26 segundos.

---

19 Numa estância de esqui foi instalado um teleférico.

No seguinte referencial cartesiano está representado o gráfico da função que relaciona a altitude a que está o teleférico, h, em metros, com o tempo decorrido, t, em minutos, desde que parte da estação no ponto mais alto (A) até à estação de destino (D).



Sabe-se que:

- entre as estações A e B e entre as estações B e D, a velocidade se mantém constante;
- entre as estações A e B, o teleférico desce 50 metros por minuto.

19.1 Determina a altitude a que estará o teleférico ao fim de seis minutos.

19.2 Determina, em minutos, o instante em que o teleférico estará à altitude de 930 metros.

continua ▸

▸ continuação

RESOLUÇÃO

19.1 Se na primeira parte do percurso o teleférico desce 50 metros em cada minuto, então ao fim de seis minutos descerá 300 metros $(6 \times 50 = 300)$.

Assim, como no início estava a 1500 metros de altitude, passados seis minutos estará a 1200 metros de altitude.

19.2 Vamos começar por determinar a expressão algébrica da função, f, que relaciona a altitude a que está o teleférico, h, em metros, com o tempo decorrido, t, em minutos, desde que parte da estação B até que chega à estação de destino (D).

Como o gráfico da função f está contido numa reta, trata-se de uma função afim, sendo t a variável independente.

$$f(t) = at + b$$

O gráfico contém os pontos de coordenadas $(6, 1200)$ e $(11, 750)$, logo $a = \frac{750 - 1200}{11 - 6} = -90$ e, portanto, $f(t) = -90t + b$.

Como, por exemplo, o ponto de coordenadas $(6, 1200)$ pertence ao gráfico da função, vem que:

$f(6) = 1200 \Leftrightarrow -90 \times 6 + b = 1200 \Leftrightarrow b = 1200 + 540 \Leftrightarrow b = 1740$

Assim, $f(t) = -90t + 1740$.

Para determinar o instante em que o teleférico estará a uma altitude de 930 metros, resolvemos a equação $f(t) = 930$.

$$f(t) = 930 \Leftrightarrow -90t + 1740 = 930 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -90t = 930 - 1740 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{-90}t}{\cancel{-90}} = \frac{-810}{-90} \Leftrightarrow t = 9$$

O teleférico estará à altitude de 930 metros ao fim de 9 minutos.

20 A Maria fez uma quiche e colocou-a em cima da bancada da cozinha para arrefecer.

Na tabela seguinte está registada a relação entre a temperatura, T, da quiche, em °C, com o tempo, t, em minutos, decorrido desde o instante em que a Maria tirou a quiche do forno até ter passado uma hora.

Tempo t (em minutos)	0	15	30	60
Temperatura T (em °C)	185	120	80	45

Justifica que a relação representada na tabela não é uma função afim.

continua ▸

▸ continuação

RESOLUÇÃO

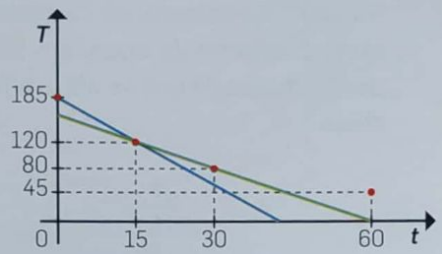
1.º processo:

Seja T a função representada na tabela. Os pontos de coordenadas $(0, 185)$, $(15, 120)$, $(30, 80)$ e $(60, 45)$ pertencem ao gráfico da função, logo $T(0) = 185$, $T(15) = 120$, $T(30) = 80$ e $T(60) = 45$.

Se a função T fosse uma função afim, o declive da reta que a representa poderia ser calculado com quaisquer dois pontos da reta, mas como, por exemplo, $\frac{120-185}{15-0} = -\frac{13}{3}$ e $\frac{80-120}{30-15} = -\frac{8}{3}$ são diferentes, então a função T não é uma função afim.

2.º processo:

Representando num referencial os pontos do gráfico da função, podes observar que nem todos pertencem à mesma reta, ou seja, não há nenhuma reta que contenha todos os pontos do gráfico.

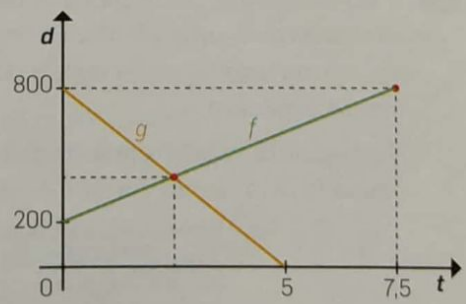


AGORA TU

21 Num certo dia, a Paula almoçou em casa da sua avó, que fica a 200 metros da casa dos seus pais, e de seguida dirigiu-se para a escola, que fica na mesma rua, a 800 metros de casa dos seus pais.

No caminho, cruzou-se com o seu irmão António, que regressava a casa vindo da escola.

No referencial cartesiano ao lado estão representadas duas funções:



- a função f, que relaciona a distância a casa, em metros, com o tempo decorrido, em minutos, desde que a Paula saiu de casa da avó;
- a função g, que relaciona a distância a casa, em metros, com o tempo decorrido, em minutos, desde que o António saiu da escola.

Sabendo que os irmãos saíram ao mesmo tempo (um de casa da avó e outro da escola), quanto tempo decorreu até se cruzarem no caminho?

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Agora tu

21. Os irmãos cruzaram-se dois minutos e meio depois.

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- **Atividade**
  Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

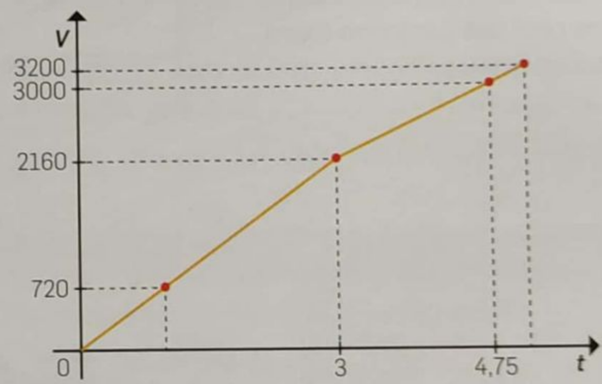
continua ▸

▸ continuação

22 Em casa da avó do António e da Paula há um tanque no quintal que os irmãos costumam encher utilizando uma mangueira.

O tanque estava inicialmente vazio e, num determinado instante, abriram uma torneira deixando cair água no tanque durante algum tempo. De seguida, fecharam ligeiramente a torneira e a água continuou a cair até o tanque estar completamente cheio.

No seguinte referencial cartesiano está representada a função que relaciona o volume de água, em litros, no tanque, com o tempo, em horas, decorrido desde que se abriu a torneira até o tanque ficar completamente cheio.



22.1 Quanto tempo decorreu desde que se abriu a torneira até estarem 720 litros de água no tanque?

22.2 Determina o tempo que foi necessário para encher completamente o tanque.

Apresenta o resultado em horas e minutos.

23 O rio que passa perto da casa da tia dos irmãos António e Paula estava infestado com uma planta. Os irmãos repararam que, durante o mês de agosto, de uma semana para a outra a área ocupada pela planta praticamente duplicava.

Na seguinte tabela estão registados os valores aproximados da área ocupada pela planta durante o mês de agosto.

Tempo t (em semanas)	0	1	2	3
Área ocupada A (em m^2)	2	4	7	15

Justifica que a função, A, que relaciona a área ocupada pela planta, em m^2, com o tempo, t, decorrido, em semanas, não é uma função afim.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Agora tu

22.1 Uma hora
22.2 Cinco horas e dez minutos
23. Não existe uma reta que contenha todos os pontos do gráfico.

Dossiê do Professor

Questão de aula 23

PROFESSOR + ALUNO

auladigital

- **Síntese** Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim
- **Quiz** Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

TREINA +
Págs. 33 a 35, exs. 23, 24 a 26, 27.

CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 34, pág. 65

Conceito de função

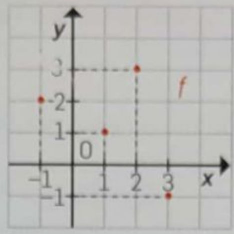
Uma **função** é uma correspondência entre dois conjuntos, A e B, que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

Numa função $f: A \longrightarrow B$:

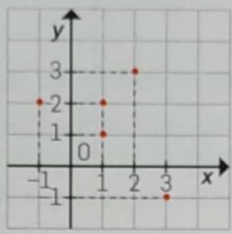
- o **domínio** é o conjunto A — conjunto dos **objetos** —, e representa-se por D_f;
- o **conjunto de chegada** é o conjunto B;
- o **contradomínio** é o conjunto das **imagens**, e representa-se por D'_f ou CD_f.

Págs. 6 a 8

Exemplos



- f é uma função
- $D_f = \{-1, 1, 2, 3\}$
- $D'_f = \{-1, 1, 2, 3\}$



A correspondência ao lado **não é** uma função, pois, como há dois pontos $((1, 1)$ e $(1, 2))$ com a mesma abcissa, haveria um objeto com duas imagens.

Função afim

Dá-se o nome de **função afim** a uma função cuja expressão algébrica é do tipo $f(x) = ax + b$, sendo a e b dois parâmetros que representam números racionais.

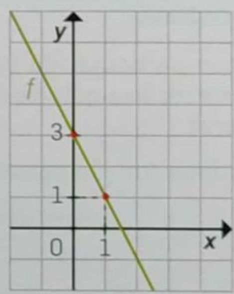
O gráfico de uma função afim está contido numa reta. Dizemos que $y = ax + b$ é uma equação dessa reta.

- $b = f(0)$, logo b é a ordenada do ponto de abcissa zero, ou seja, do ponto de interseção da reta que representa graficamente a função com o eixo das ordenadas e designa-se por **ordenada na origem**;
- a é o **declive da reta** que representa graficamente a função:

  — se $a > 0$, então a reta «sobe»;

  — se $a < 0$, então a reta «desce».

Págs. 9, 10 e 12



A função representada é a função definida por $f(x) = -2x + 3$.

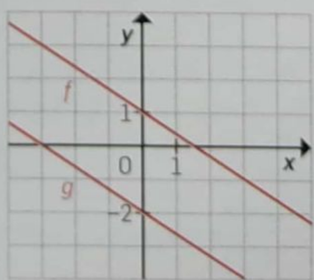
O gráfico da função está contido na reta de equação $y = -2x + 3$:

- $b = f(0) = 3$ é a ordenada na origem;
- $a = -2$ é o declive da reta. Como $-2 < 0$, a reta «desce».

Retas paralelas

Duas funções afins com o mesmo valor do parâmetro a são representadas por retas com o **mesmo declive** e, portanto, por **retas paralelas**.

Pág. 12



$f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$

$g(x) = -\frac{2}{3}x - 2$

Função linear

Um caso particular da função afim é a **função linear**, cuja expressão algébrica é do tipo $f(x) = ax$, sendo a um número racional.

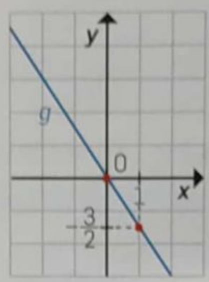
O gráfico de uma função linear está contido numa reta que passa na origem do referencial.

Tem-se que:

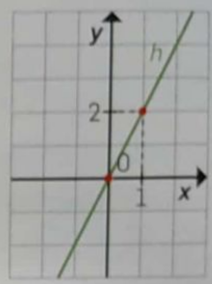
- $a = f(1)$, logo a é a ordenada do ponto de abcissa 1, do gráfico de f;
- $a = \frac{f(x)}{x}$, sendo x diferente de zero, ou seja, a é o quociente entre a ordenada e a abcissa de qualquer ponto do gráfico de f, à exceção da origem do referencial;
- a designa-se por **declive da reta** que representa graficamente a função.

Pág. 11

Exemplos



$g(x) = -\frac{3}{2}x$



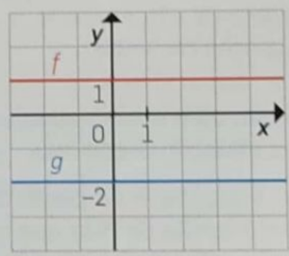
$h(x) = 2x$

Função constante

Um outro caso particular da função afim é a **função constante**, cuja expressão algébrica é do tipo $f(x) = b$, sendo b um número racional.

O gráfico de uma função constante está contido numa **reta horizontal**.

Pág. 13



$f(x) = 1$

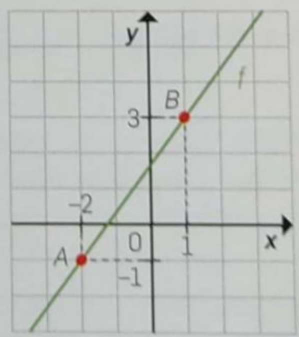
$g(x) = -2$

Declive de uma reta não vertical

Sendo $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ dois pontos do gráfico de uma função afim, definida por $f(x) = ax + b$, o **declive**, a, da reta que a representa é dado por:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Págs. 17 e 18



$A(-2, -1)$
e $B(1, 3)$

$a = \frac{3-(-1)}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$

Logo $f(x) = \frac{4}{3}x + b$.

Como, por exemplo, o ponto $B(1, 3)$ pertence ao gráfico de f, vem que $f(1) = 3$ e, portanto:

$$\frac{4}{3} \times 1 + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - \frac{4}{3} \Leftrightarrow b = \frac{5}{3}$$

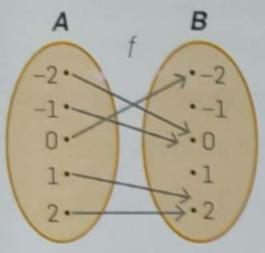
Assim, $f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$.

Itens de seleção: para cada um destes itens são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correta. Seleciona a opção correta.

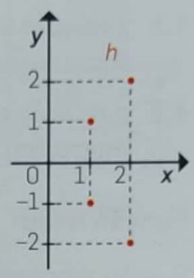
Itens de construção: nestes itens deves apresentar o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Conceito de função

1 Considera as seguintes correspondências.



x	3	2	1	1	2	3
$g(x)$	-3	-2	-1	1	2	3



Quantas das correspondências são funções?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2 Considera as seguintes afirmações:

i. Numa função pode haver dois objetos com a mesma imagem.

ii. Numa função pode haver um objeto com duas imagens.

Podemos afirmar que:

(A) as afirmações são ambas verdadeiras. (B) as afirmações são ambas falsas.

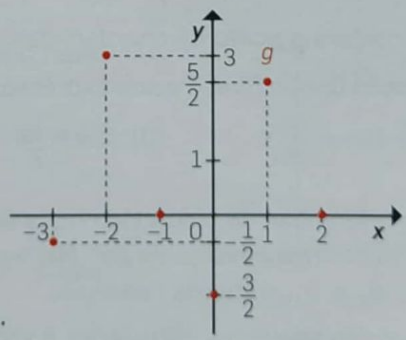
(C) apenas a afirmação i é verdadeira. (D) apenas a afirmação ii é verdadeira.

3 Considera as funções f, g e h, de domínio $A=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$, definidas respetivamente por:

Função f

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\frac{5}{3}$	3	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{3}$

Função g



Função h

$h(x)=x^2-2$

3.1 Indica o contradomínio das funções f e g.

3.2 Calcula o valor de $f(-3)\times g(0)-h(-1)$.

3.3 Sejam a, b, c e d quatro elementos do conjunto A.

Sabe-se que $f(a)=g(a)$, $f(b)\times g(b)=1$ e $f(c)=f(d)$.

Determina o valor de $\left(\frac{b}{c\times d}\right)^a$.

3.4 Mostra que o ponto de coordenadas $(-2, 2)$ pertence ao gráfico da função h.

3.5 Representa graficamente a função h.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

1. (B)
2. (C)

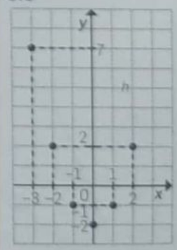
3.1 $D'_f=\left\{-\frac{1}{4},\frac{2}{5},\frac{3}{2},\frac{5}{3},3\right\}$

$D'_g=\left\{-\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0,\frac{5}{2},3\right\}$

3.2 $-\frac{3}{2}$

3.3 36

3.5



PROFESSOR + ALUNO

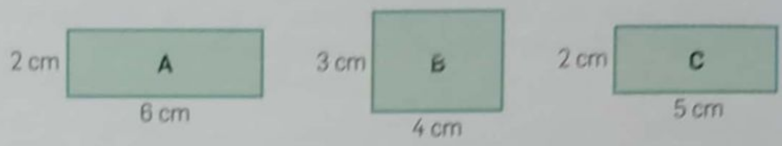
auladigital

- **Teste interativo**
  Conceito de função
  Função afim
  Declive de uma reta não vertical
  Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

AJUDA Ex. 4

Começa por determinar o perímetro e a área de cada retângulo.

4 Na seguinte figura estão representados os retângulos A, B e C.



Usando dois dos retângulos da figura, justifica que **não é** uma função:

4.1 a relação que ao perímetro, em centímetros, de cada retângulo faz corresponder a sua área, em cm^2.

4.2 a relação que à área, em cm^2, de cada retângulo faz corresponder o seu perímetro, em centímetros.

Função linear

5 O João escreveu algumas expressões algébricas de funções, mas não as simplificou. Qual das seguintes expressões algébricas representa uma função linear?

(A) $f(x) = -2(x-3) + 6x$ (B) $f(x) = 2(x-3) + 6$

(C) $f(x) = -2(x-3) + 6$ (D) $f(x) = 2(x-3) + 6x$

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

4.1 Não é uma função, uma vez que os retângulos B e C têm o mesmo perímetro e áreas diferentes, logo haveria um objeto (14) com duas imagens diferentes (12 e 10).

4.2 Não é uma função, uma vez que os retângulos A e B têm a mesma área e perímetros diferentes, logo haveria um objeto (12) com duas imagens (14 e 16).

5. (B)

6. (C)

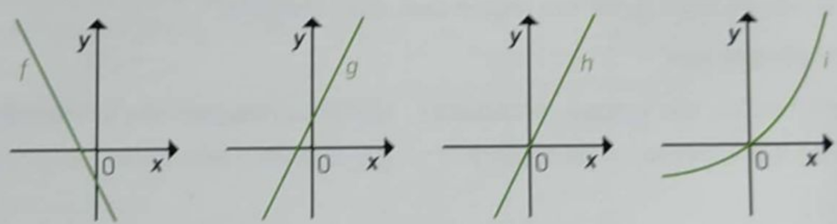
7. (C)

8. (B)

9.1 $f(x) = -\frac{5}{3}x$

9.2 $-\frac{5}{3}$

6 Observa os gráficos seguintes.

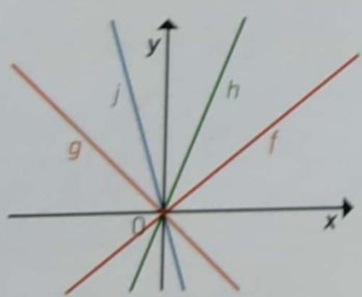


Qual das funções representadas é uma função linear?

(A) f (B) g (C) h (D) j

7 Considera o ponto de coordenadas $\left(\frac{1}{2}, -\frac{4}{5}\right)$. O ponto pertence ao gráfico de uma função linear. Qual é a sua expressão algébrica?

(A) $f(x) = -\frac{4}{5}x$ (B) $f(x) = \frac{1}{2}x$ (C) $f(x) = -\frac{8}{5}x$ (D) $f(x) = -\frac{2}{5}x$



8 No referencial ao lado estão representados os gráficos das funções f, g, h e j, definidas respetivamente por $f(x) = a_1x$, $g(x) = a_2x$, $h(x) = a_3x$ e $j(x) = a_4x$, sendo a_1, a_2, a_3 e a_4 números racionais.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $a_4 < a_2 < a_3 < a_1$ (B) $a_4 < a_2 < a_1 < a_3$

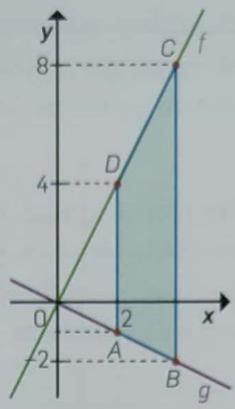
(C) $a_2 < a_4 < a_3 < a_1$ (D) $a_3 < a_1 < a_2 < a_4$

9 De uma função linear, f, sabe-se que $f(-3) = 5$.

9.1 Determina a expressão algébrica da função f.

9.2 Indica o valor de $\frac{f(100)}{100}$.

10 No referencial cartesiano da figura ao lado estão representadas as funções lineares f e g e o trapézio $[ABCD]$.
Atendendo aos dados da figura, determina a área do trapézio $[ABCD]$.



Função afim

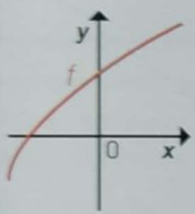
11 Considera a função f definida por $f(x) = -3x + \frac{1}{2}$.

11.1 Indica o declive e a ordenada na origem da reta que representa graficamente a função f.

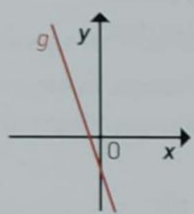
11.2 Determina a imagem, pela função f, de $-\frac{4}{3}$.

11.3 Determina o objeto cuja imagem, pela função f, é $-\frac{3}{2}$.

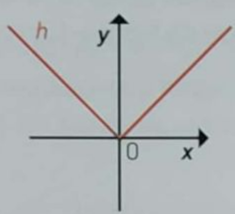
12 Qual das seguintes funções é uma função afim?



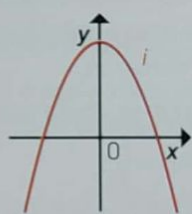
(A) f



(B) g



(C) h

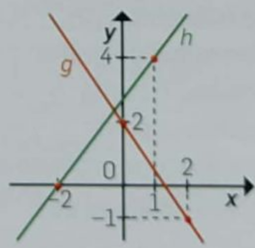


(D) j

13 De uma função afim g, sabe-se que $g(3) = 3$ e $g(6) = 4$.
Qual é a expressão algébrica dessa função?

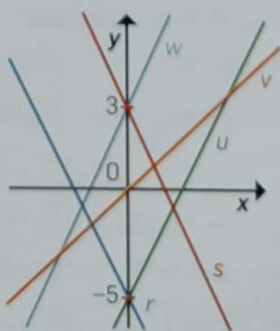
(A) $g(x) = 3x - 6$ **(B)** $g(x) = 3x - 14$ **(C)** $g(x) = \frac{1}{3}x + 6$ **(D)** $g(x) = \frac{1}{3}x + 2$

14 No referencial cartesiano da figura ao lado estão representadas graficamente as funções afins g e h.
Atendendo aos dados da figura, determina a expressão algébrica de cada uma das funções.



15 Estabelece a correspondência correta entre as funções e as retas que as representam graficamente.

Reta	Função
u	$h(x) = -2x + 3$
v	$g(x) = 2x + 3$
w	$i(x) = x$
r	$j(x) = -2x - 5$
s	$f(x) = 2x - 5$



EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

10. 15

11.1 O declive é -3 e a ordenada na origem é $\frac{1}{2}$.

11.2 $\frac{9}{2}$

11.3 $\frac{2}{3}$

12. (B)

13. (D)

14. $g(x) = -\frac{3}{2}x + 2$; $h(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

15. $u-f$; $v-i$; $w-g$; $r-j$; $s-h$

AJUDA Ex. 16

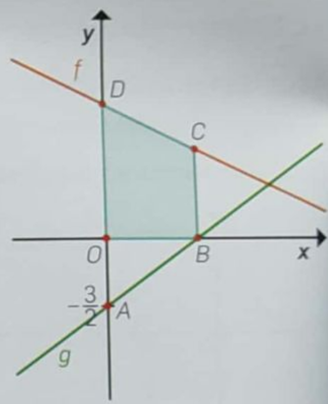
Começa por determinar a expressão algébrica da função j.

16 Considera, num referencial cartesiano, os pontos de coordenadas $(-3,-2)$ e $(3,7)$.
Sabendo que os pontos pertencem ao gráfico da função afim j, determina a interseção do gráfico da função j com o eixo das abcissas.

17 Na tabela ao lado, na qual m e n representam números racionais, está representada a função h.
Sabendo que a função h é uma função afim, determina os valores de m e n.

x	1	2	3	4
$h(x)$	$\frac{7}{6}$	2	m	n

18 No referencial cartesiano da figura ao lado estão representadas graficamente as funções afins f e g e o trapézio $[OBCD]$. Como a figura sugere, B é o ponto de interseção do gráfico da função g com o eixo das abcissas, C o ponto do gráfico da função f com a mesma abcissa do ponto B e D é o ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas.



Sabe-se ainda que:

- $\overline{AB}=\frac{5}{2}$;
- $f(x)=-\frac{1}{2}x+3$.

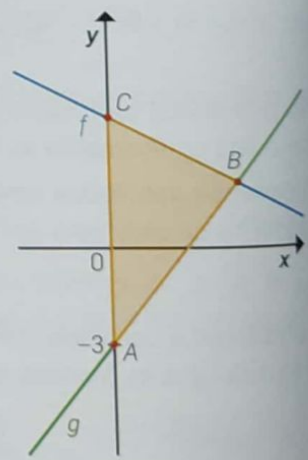
AJUDA Ex. 18.1

Repara que o triângulo $[AOB]$ é um triângulo retângulo.

18.1 Determina a expressão algébrica da função g.

18.2 Determina a área do trapézio $[OBCD]$.

19 No referencial cartesiano da figura ao lado estão representadas graficamente as funções afins f e g e o triângulo $[ABC]$. Como a figura sugere, o ponto A pertence ao gráfico da função g e ao eixo das ordenadas, o ponto B pertence ao gráfico das duas funções e o ponto C pertence ao gráfico da função f e ao eixo das ordenadas.



Sabe-se ainda que:

- $f(x)=-\frac{1}{2}x+4$;
- o ponto A tem ordenada -3;
- a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 14.

Determina a expressão algébrica da função g.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

16. Ponto de coordenadas $\left(-\frac{5}{3},0\right)$.
17. $m=\frac{17}{6}$; $n=\frac{11}{3}$
18.1 $g(x)=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$
18.2 5
19. $g(x)=\frac{5}{4}x-3$
20. (B)

20 Seja g uma função afim.
Sabendo que $g(7)-g(4)=-6$, qual pode ser a expressão algébrica da função g?

(A) $g(x)=2x+1$ (B) $g(x)=-2x+1$ (C) $g(x)=3x+1$ (D) $g(x)=-3x+1$

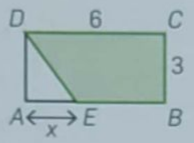
PROFESSOR + ALUNO

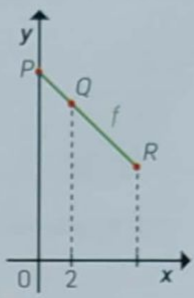
auladigital
- Vídeo
Resolução do exercício 19

21 Considera, para um certo valor de a, a função afim, f, definida por $f(x) = ax + 3$.
Sabendo que $f(4) = 2 \times f(5)$, determina o valor de $f(6)$.

22 Considera o retângulo $[ABCD]$ e o ponto E pertencente ao lado $[AB]$. Para cada posição do ponto E, considera que $\overline{AE} = x$.

No referencial cartesiano ao lado está representada a função que a cada valor de x faz corresponder a área da parte colorida do retângulo.





22.1 Determina a ordenada do ponto Q.

22.2 Indica as coordenadas dos pontos P e R. Explica o seu significado no contexto do problema.

Interpretar e modelar situações da realidade com a função afim

23 Os automóveis de uma certa marca desvalorizam 20% ao fim dos primeiros dois anos.
Qual das seguintes expressões algébricas representa a função que a cada valor inicial, x, em euros, faz corresponder o valor, em euros, de um automóvel dessa marca ao fim de dois anos?

(A) $f(x) = 0{,}2x$ (B) $f(x) = x - 0{,}2$ (C) $f(x) = x - 0{,}8$ (D) $f(x) = 0{,}8x$

24 Na seguinte tabela estão registadas as tarifas a pagar numa cidade pela contratação do serviço de táxi em duas companhias A e B.

	Bandeirada (em euros)	Preço por km (em euros)	Bagagem – Extra (em euros)
Companhia A	3,25	0,5	1,5
Companhia B	3,90	0,6	0,2

Considera as funções que a cada distância, x, em quilómetros, fazem corresponder os valores pagos $f(x)$ e $g(x)$, em euros, por uma viagem na companhia A e na companhia B, respetivamente, incluindo a bandeirada e o preço da bagagem.

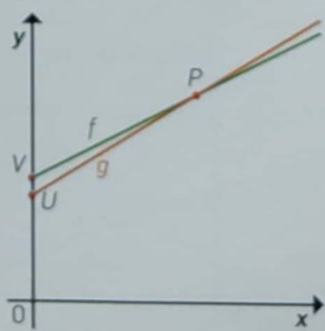
24.1 Determina o preço a pagar por uma viagem de 2 km em cada uma das companhias, incluindo bagagem.

24.2 Escreve a expressão algébrica de cada uma das funções.

24.3 Na figura ao lado estão representadas graficamente as funções f e g.

a) Indica as coordenadas dos pontos U e V.

b) Determina as coordenadas do ponto P, ponto de interseção dos gráficos, e interpreta o seu significado no contexto do problema.



EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

21. $f(6) = 0$

22.1 15

22.2 $P(0, 18)$. O significado é que quando $x = 0$, a área colorida é a área do retângulo $[ABCD]$;
$Q(6, 9)$. O significado é que, quando $x = 6$, a área colorida corresponde à área do triângulo $[BCD]$.

23. (D)

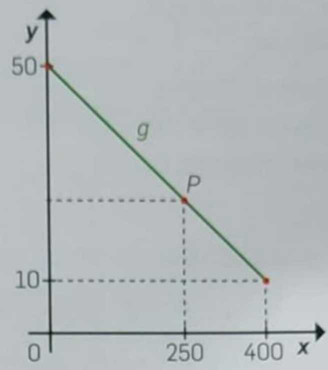
24.1 Na companhia A: 5,75 euros;
Na companhia B: 5,30 euros.

24.2 $f(x) = 0{,}5x + 4{,}75$
$g(x) = 0{,}6x + 4{,}1$

24.3
a) $U(0; 4{,}1)$; $V(0; 4{,}75)$
b) $P(6{,}5; 8)$. Em qualquer das companhias, o preço a pagar por uma viagem de 6,5 km é 8 euros.

25 A Paula encheu o depósito do seu automóvel e iniciou uma viagem.

No seguinte referencial cartesiano está representada a função, g, que faz corresponder ao número de quilómetros percorridos, x, a quantidade de combustível, $g(x)$, em litros, no depósito do automóvel.



25.1 Qual é, em litros, a capacidade do depósito do automóvel?

25.2 Que quantidade de combustível, em litros, existia no depósito ao fim de 400 quilómetros?

25.3 Mostra que $g(x) = 50 - 0{,}1x$.

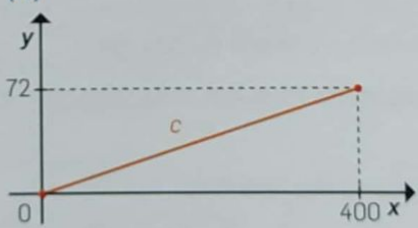
25.4 Determina a ordenada do ponto P, representado no gráfico, e interpreta esse valor no contexto do problema.

25.5 Na bomba de gasolina onde a Paula encheu o depósito do automóvel, um litro de combustível custava 1,8 euros.

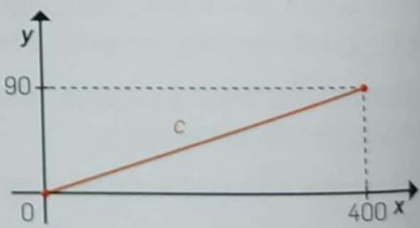
Considera a função, c, que faz corresponder ao número de quilómetros percorridos, x, o valor, $c(x)$, em euros, gasto em combustível durante a viagem.

Em qual dos seguintes referenciais cartesianos está representado o gráfico da função c?

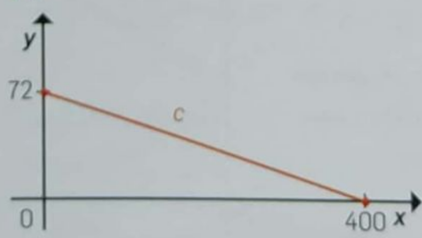
(A)



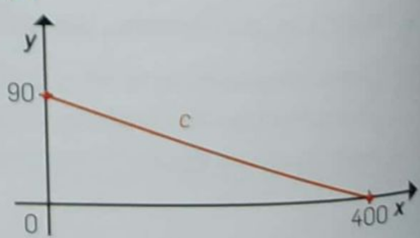
(B)



(C)



(D)



EXCLUSIVO DO PROFESSOR

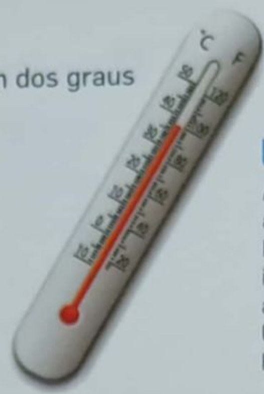
Soluções

25.1 50 litros
25.2 10 litros
25.4 A ordenada do ponto P é 25 e diz-nos que ao fim de 250 km existiam 25 litros de combustível no depósito.
25.5 (A)

26 A temperatura pode também ser medida em graus Fahrenheit (°F), além dos graus Celsius (°C) que utilizamos habitualmente.

Observa a tabela seguinte.

Temperatura C (em °C)	0	100
Temperatura F (em °F)	32	212



JÁ SABIAS ?

A escala Fahrenheit é da autoria de Daniel Gabriel Fahrenheit, que também inventou o termómetro, e ainda é usada nos Estados Unidos, Mianmar (antiga Birmânia) e Libéria.

A função, F, que a cada temperatura C, em graus Celsius, faz corresponder a temperatura F, em graus Fahrenheit, é uma função afim.

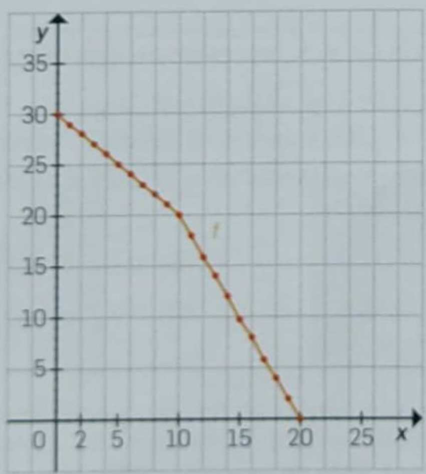
26.1 Determina a expressão algébrica da função F.

26.2 Quantos graus Fahrenheit correspondem a uma temperatura de 20 °C?

26.3 Determina a temperatura que é expressa pelo mesmo número nas duas escalas.

27 O avô do Raul estava a plantar flores no jardim e, a determinada altura, o Raul resolveu ajudar. Admitindo que todos trabalham ao mesmo ritmo, cada um demora um minuto para plantar uma dessas flores.

O gráfico seguinte representa a função que a cada minuto, x, contado a partir do momento em que o avô começou a plantar, faz corresponder o número de flores **que estão por plantar** até esse momento.



27.1 Indica quantas flores foram plantadas e quanto tempo foi necessário.

27.2 Quantos minutos tinham passado até que o Raul começou a ajudar?

27.3 Completa a tabela seguinte.

Se x está entre 0 e 9	$f(x) = \square x + \square$
Se x está entre 10 e 20	$f(x) = \square x + \square$

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

26.1 $F(C) = \frac{9}{5}C + 32$

26.2 $F(20) = 68$

26.3 -40 °F representa a mesma temperatura que -40 °C.

27.1 Foram plantadas 30 flores em 20 minutos.

27.2 Tinham passado 10 minutos.

27.3

Se x está entre 0 e 9	$f(x) = -x + 30$
Se x está entre 10 e 20	$f(x) = -2x + 40$

Dossiê do Professor

Fichas 6A e 6B

PROFESSOR + ALUNO

aula digital

- Jogo
  Quem quer ser matemático – Funções

CADERNO DE EXERCÍCIOS
Ficha 35, pág. 67

1 Considera os números $\frac{43}{3}$, $-\frac{25}{7}$, $\frac{31}{8}$ e $-\frac{32}{5}$.

Sabe-se que esses números podem ser representados respetivamente pelas expressões $\frac{43}{3}=A+\frac{1}{3}$, $-\frac{25}{7}=B-\frac{4}{7}$, $\frac{31}{8}=C-\frac{1}{8}$ e $-\frac{32}{5}=D-\frac{2}{5}$, sendo A, B, C e D números inteiros.

1.1 Com base nas expressões dadas, indica os números que podem ser representados por dízimas infinitas periódicas.

1.2 Indica os valores de A, B, C e D.

48 meses
580 €/mês

2 Os pais do Carlos pretendem pagar um automóvel em 48 prestações de 580 euros, o que corresponde a pagar no total mais 4640 euros do que o valor inicial do automóvel.

Qual das seguintes expressões numéricas lhes permite saber a percentagem do valor do automóvel que irão pagar a mais no final dos quatro anos?

(A) $48\times580:(48\times580-4640)$ **(B)** $48\times580:(48\times580+4640)$

(C) $48\times580:(48\times580-4640)-1$ **(D)** $1-48\times580:(48\times580+4640)$

3 Calcula o valor da seguinte expressão numérica, apresentando o resultado na forma de fração irredutível.

$$0{,}1-\frac{2}{5}\times\left(3+\frac{1}{-6}\right):\left(-1+\frac{1}{3}\right)$$

4 Na seguinte expressão, a e b representam dois números inteiros.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{a}\times(-2)^{b}=-8$$

Qual é a relação entre os números a e b para a qual a expressão acima é uma igualdade verdadeira?

(A) $a+b=3$ **(B)** $a+b=-3$

(C) $-a+b=3$ **(D)** $-a+b=-3$

5 Observa os números seguintes e as figuras que estão ao lado.

I 0,000 004 m

II 120 000 000 m

III $0{,}000\,001\,5\times10^{-9}$ m

A

Diâmetro de um protão

B

Diâmetro de Saturno

C

Espessura da película de uma bolha de sabão

Escreve os números anteriores em notação científica e associa cada um deles à respetiva figura.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

1.1 $\frac{43}{3}$ e $-\frac{25}{7}$

1.2 $A=\frac{42}{3}=14$; $B=-\frac{21}{7}=-3$; $C=\frac{32}{8}=4$; $D=-\frac{30}{5}=-6$

2. (C)

3. $\frac{9}{5}$

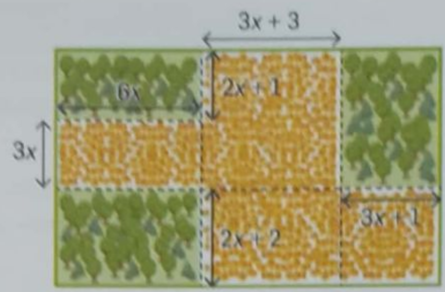
4. (C)

5. I: $4\times10^{-6}\longrightarrow$ C
II: $1{,}2\times10^{8}\longrightarrow$ B
III: $1{,}5\times10^{-15}\longrightarrow$ A

auladigital
- **Teste interativo**
Funções

COTAÇÕES

6 Na figura ao lado está representado um jardim, no qual se podem distinguir duas zonas: uma de árvores e a outra de flores.



As medidas estão em metros.

6.1 Escreve na forma de polinómio reduzido uma expressão que represente a área total, em m^2, ocupada pelas árvores. [12]

6.2 Sabendo que para vedar a zona das flores se gastaram 109 metros de rede, determina, em metros, o valor de x. [10]

7 O grau de dificuldade de uma pista de esqui é determinado, entre outros fatores, pela sua inclinação. [8]

Para calcular a percentagem de inclinação, construímos um triângulo retângulo como o da figura ao lado e medimos os catetos a e b. Dividindo a por b, obtemos a percentagem de inclinação da pista.

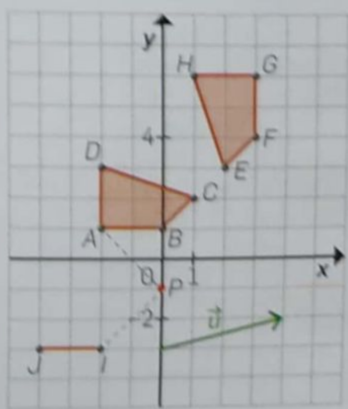
As pistas de esqui podem ser classificadas de acordo com a sua inclinação, como podes observar na tabela seguinte.

Classificação	verde	azul	vermelha	preta
Inclinação (em percentagem)	entre 10% e 15%	entre 15% e 25%	entre 25% e 40%	entre 40% e 75%

Nota: «entre 10% e 15%» corresponde a valores superiores ou iguais a 10%, mas inferiores a 15%.

Com base nos dados das seguintes figuras, que não estão desenhadas à escala, e na tabela acima, classifica as pistas A e B.

8 No referencial da figura ao lado estão representados os quadriláteros $[ABCD]$ e $[EFGH]$, o ponto P, o segmento de reta $[JI]$ e o vetor $\vec{u}$.



8.1 O quadrilátero $[EFGH]$ é a imagem do quadrilátero $[ABCD]$ por uma reflexão de eixo r, que não está representado na figura. Indica as coordenadas de dois pontos que pertençam à reta r. [6]

8.2 Indica as coordenadas do ponto que é imagem do ponto B pela translação de vetor $\vec{u}$. [4]

8.3 Indica as coordenadas do ponto que é imagem do ponto C pela rotação de centro P que transforma o segmento de reta $[AD]$ no segmento de reta $[IJ]$. [4]

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

6.1 $39x^2 + 26x + 1$
6.2 $x = 2,5$ m
7. Pista A: vermelha
Pista B: preta
8.1 Por exemplo, os pontos de coordenadas $(2, 2)$ e $(0, 4)$.
8.2 $(4, 2)$
8.3 $(-3, 0)$

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

9. $\frac{100}{1} \neq \frac{240}{2}$, logo a função não é de proporcionalidade direta.
10. (C)
11.1 -1
11.2 $g(x) = -x + 2$
12. (D)

Dossiê do Professor

Miniteste 6

aula digital
- Link
Kahoot: Funções

9 O pai do João fez uma viagem do Porto até Lisboa por autoestrada.

Na tabela ao lado estão representados os tempos que demorou a percorrer algumas partes do percurso.

Averigua se a função representada na tabela é uma função de proporcionalidade direta.

Tempo t (em horas)	1	2	3
Distância d (em km)	100	240	330

10 Considera as funções descritas nas situações I a IV.


Função que faz corresponder ao número, x, de mesas de quatro lugares o número, N, de pessoas que é possível sentar. **I**	Função que faz corresponder ao raio, r, em centímetros, de uma circunferência o seu perímetro, P, em centímetros. **II**
Função que faz corresponder à idade, i, em anos, de uma pessoa a sua altura, A, em centímetros. **III**	Função que faz corresponder ao peso, p, em quilogramas, de algumas maçãs o seu custo, C, em euros. **IV**


Qual das funções **não é** uma função de proporcionalidade direta?

(A) I (B) II (C) III (D) IV

CADERNO DE EXERCÍCIOS
Teste 3, pág. 107

11 Da função afim g, sabe-se que $g(-1) = 3$ e $g(4) = -2$.

11.1 Indica o valor de $\frac{g(-5) - g(-1)}{-4}$.

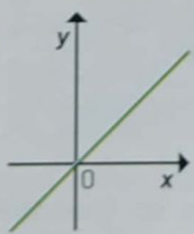
11.2 Escreve a expressão algébrica da função g.

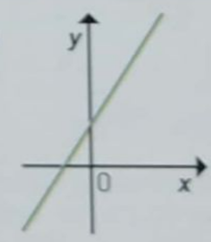
AJUDA Ex. 12

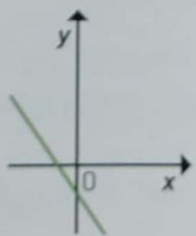
Começa por analisar as situações que resultam num produto $a \times b$ negativo.

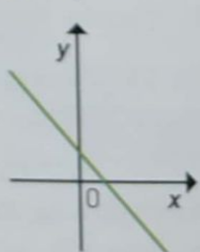
12 De uma função afim f, definida por $f(x) = ax + b$, sabe-se que $a \times b$ é um número negativo.

Em qual das seguintes opções pode estar representada a função f?

(A)


(B)


(C)


(D)


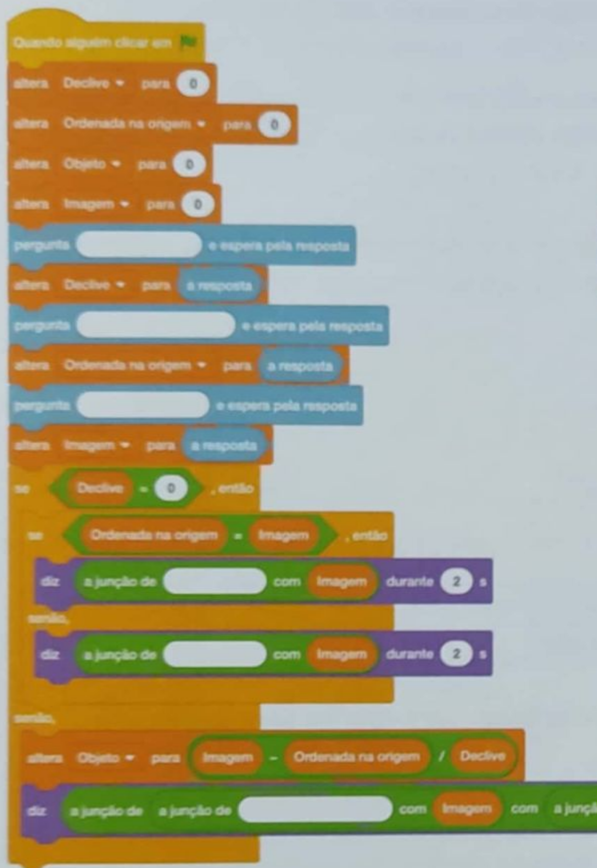
AUTOAVALIAÇÃO

Que cotação obtiveste?

FIM

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

1 Observa o seguinte programa em Scratch.



1.1 Faltam algumas frases no programa.
Completa corretamente o programa com as frases seguintes.

O objeto cuja imagem é | Todos os objetos têm imagem | é o objeto | Qual é a ordenada na origem? | Qual é a imagem? | Qual é o declive? | Não há nenhum objeto com imagem

1.2 Quando a Rita experimentou o programa, inseriu sucessivamente os números $\boxed{0}$, $\boxed{2}$ e $\boxed{5}$. Qual terá sido a resposta?

1.3 Logo a seguir, o Carlos obteve como resposta: «Todos os objetos têm imagem 8». Que valores pode ter inserido o Carlos?

1.4 A Inês estava a experimentar o programa e inseriu sucessivamente os números $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ e $\boxed{7}$. Qual foi a resposta obtida?

1.5 Altera o programa para que determine a imagem de um dado objeto numa determinada função afim.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

O professor pode também explorar o programa em Scratch, que desenha o gráfico de uma função afim, disponível no link abaixo.

Soluções

Pensamento computacional

1.1 Por ordem:
«Qual é o declive?»,
«Qual é a ordenada na origem?»,
«Qual é a imagem?»,
«Todos os objetos têm imagem»,
«Não há nenhum objeto com imagem»,
«O objeto cuja imagem é»,
«é o objeto»

1.2 «Não há nenhum objeto com imagem 5.»

1.3 0, 8, 8

1.4 «O objeto cuja imagem é 7 é 2.»

1.5 *Consultar a página 166.*

Dossiê do Professor

Projeto interdisciplinar 6

auladigital

- **Vídeo**
  Resolução – Pensamento computacional
- **Link**
  Programa em Scratch para desenhar um gráfico de uma função afim
  Resolução – Pensamento computacional

INVESTIGA

Relembra o problema da caixa de cartão que exploraste na página 163 do volume 1.

«A Rita vai fazer caixas de cartão, dispondo de folhas de cartão retangular com 30 cm de comprimento e 25 cm de largura.

Para isso vai recortar quadrados iguais nos quatro cantos de cada folha e depois dobrar formando a caixa, como podes ver nas figuras seguintes.»

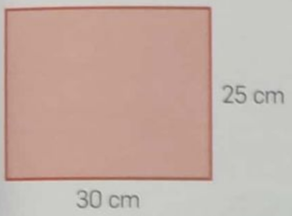


Figura 1

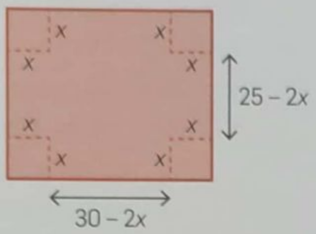


Figura 2

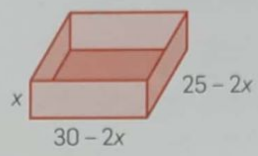


Figura 3

Recorrendo à folha de cálculo, a Rita construiu a seguinte tabela e obteve os gráficos 1, 2 e 3.

	A	B	C	D
1	0	30	25	0
2	1	28	23	644
3	2	26	21	1092
4	3	24	19	1368
5	4	22	17	1496
6	5	20	15	1500
7	6	18	13	1404
8	7	16	11	1232
9	8	14	9	1008
10	9	12	7	756
11	10	10	5	500
12	11	8	3	264
13	12	6	1	72

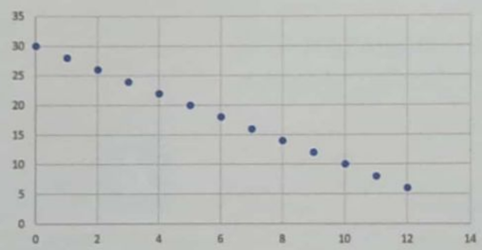


Gráfico 1

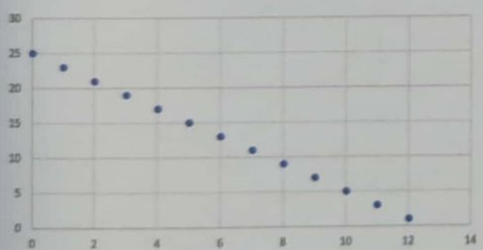


Gráfico 2

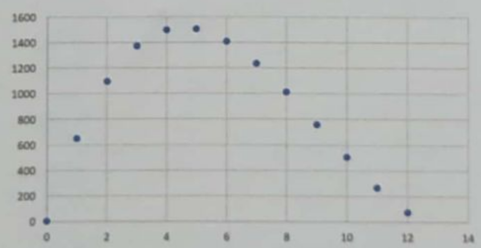


Gráfico 3

1 Descreve a função representada em cada um dos gráficos e escreve uma expressão algébrica para essa função.

2 Investiga o valor de x para que a caixa obtida tenha o maior volume possível. Apresenta o valor arredondado às décimas.

Sugestão: Acrescenta os números que achares necessário à tabela e observa os valores do volume.

EXCLUSIVO DO PROFESSOR

Soluções

Investiga

1. Gráfico 1: A função traduz a relação entre o comprimento do canto que vai ser recortado, x, e o comprimento, $c(x)$, do retângulo da base da caixa. A sua expressão algébrica é $c(x) = 30 - 2x$.

Gráfico 2: A função traduz a relação entre o comprimento do canto que vai ser recortado, x, e a largura, $l(x)$, da base da caixa. A sua expressão algébrica é $l(x) = 25 - 2x$.

Gráfico 3: A função traduz a relação entre o comprimento do canto que vai ser recortado, x, e o volume, $v(x)$, da caixa. A sua expressão algébrica é $v(x) = (30 - 2x) \times (25 - 2x) \times x$.

2. 4,5 cm

auladigital

- **Vídeo** Resolução – Investiga
- **Documento** Resolução – Investiga